

**1. zápočtová písemka**  
*Matematika II, podzim 2007, skupina C*

Jméno, UČO:.....

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	celkem

**Příklad 1.** (5 bodů: +1 za správnou odpověď, -1 za špatnou odpověď, 0 bez odpovědi)

Odpovězte (škrtnutím nehodícího se **ANO** nebo **NE** na příslušném řádku), zda jsou pravdivá následující tvrzení:

1. ANO NE Existuje neprázdná množina  $A \subseteq \mathbb{R}$  taková, že  $\sup A = \inf A$ .
2. ANO NE Má-li funkce  $f$  v bodě  $x_0 \in \mathbb{R}$  obě jednostranné limity, které jsou si rovny, potom má funkce  $f$  v bodě  $x_0$  limitu.
3. ANO NE Je-li funkce  $f$  ohraničená na uzavřeném intervalu  $[a, b]$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a < b$ , potom je na tomto intervalu spojitá.
4. ANO NE Je-li funkce  $f$  spojitá v bodě  $x_0 \in \mathbb{R}$ , potom má v bodě  $x_0$  derivaci.
5. ANO NE Derivace sudé funkce je opět sudá funkce.

**Příklad 2.** (5 bodů: 3 body za první část, 1 bod za druhou část, 1 bod za třetí část)

1. Pomocí definice limity vysvětlete co znamená, že

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty,$$

a doplňte následující tabulku.

a	1	5	10
$\delta$			

2. Uveďte příklad funkce  $f(x)$ , která není definovaná v bodě  $x_0 = 1$ , má v bodě  $x_0$  obě jednostranné limity, ale nemá v bodě  $x_0$  limitu. Načrtněte její graf.
3. Uveďte derivaci funkce  $f(x) = 3^x$ .

**Příklad 3.** (4 body)

Najděte Hermitův interpolační polynom funkce  $f$  dané tabulkou:

$x_i$	-1	0	1
$f(x_i)$	-2	-2	-4
$f'(x_i)$	7	-1	-5

**Příklad 4.** (4 body)

Rozložte racionální lomennou funkci

$$\frac{3x^2 - 4x + 4}{x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2}$$

na součet parciálních zlomků.

**Příklad 5.** (5 bodů)

Vypočítejte limitu

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x^3}.$$

**Příklad 6.** (4 body)

Určete derivaci funkce  $f(x) = \arctan \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ ,  $x \neq \frac{3\pi}{2} + k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

**Příklad 7.** (3 body)

Napište rovnice tečny a normály ke grafu funkce  $f(x) = 2x - \ln x$  procházející bodem  $[1, 2]$ .