

Dodatečný zápočtový test – skupina A

Zadání Vám zůstává. Odevzdáváte pouze přiložený list, kde pouze vyplníte: Vaše jméno, UČO a za pod sebou napsaná čísla 1, 2, . . . , 14, 15 uvedete výsledky příslušných příkladů, tj. Vaše odpovědi v podobě osamoceneného (nejvýše jednoho) výsledku bez jakýchkoli komentářů či poznámek! (Tři příklady budou uvedeny na tabuli.) Pokud jste nějaký příklad neřešili, odpovídající řádek proškrtněte. Poté se podepište!

Počítat máte nejvýše 12 příkladů dle vlastní volby! Tedy alespoň tři řádky musíte proškrtnout!

Příklad 1 (5 bodů). Nalezněte polynom nejvýše třetího stupně, který v bodech 1 a -1 nabývá shodně hodnoty 6 a jenž má v bodě 1 a zároveň v bodě -1 derivaci rovnu 2.

Příklad 2 (5 bodů). Vyjádřete racionální ryze lomenou funkci

$$\frac{-5x + 2}{x^4 - x^3 + 2x^2}$$

ve tvaru součtu parciálních zlomků.

Příklad 3 (5 bodů). Nechť je dána funkce

$$f(x) := 2 \operatorname{arctg} \left| \frac{x}{x^2 - 1} \right|$$

definovaná pro reálná $x \neq \pm 1$. Uveďte všechny její body nespojitosti, včetně jejich druhu.

Příklad 4 (5 bodů). Např. užitím Maclaurinova polynomu nebo l'Hospitalova pravidla vypočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x - x}{x^3}.$$

Příklad 5 (5 bodů). Opět uvažujte funkci

$$f(x) = 2 \operatorname{arctg} \left| \frac{x}{x^2 - 1} \right|, \quad x \neq \pm 1, x \in \mathbb{R}.$$

Nalezněte všechny její asymptoty.

Příklad 6 (5 bodů). Určete

$$\int x^2 \sin x \, dx.$$

Příklad 7 (5 bodů). Vyčíslete

$$\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \, dx.$$

Příklad 8 (5 bodů). Spočtěte

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 + x + 1} \, dx.$$

Příklad 9 (5 bodů). Stanovte součet řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}.$$

Příklad 10 (5 bodů). Zjistěte, pro která $x \in \mathbb{R}$ řada

$$\sum_{n=20}^{\infty} \frac{e^{nx}}{n}$$

absolutně konverguje.

Příklad 11 (5 bodů). Najděte mocninný rozvoj se středem v bodě $x_0 = 0$ funkce

$$\int_0^x e^{(t^2)} \, dt.$$

Příklad 12 (5 bodů). Nalezněte řešení rovnice $y' + 2xy = xe^{(-x^2)}$, které v bodě $x_0 = 0$ nabývá hodnoty $y_0 = 5$.

Dodatečný zápočtový test – skupina B

Zadání Vám zůstává. Odevzdáváte pouze přiložený list, kde pouze vyplníte: Vaše jméno, UČO a za pod sebou napsaná čísla 1, 2, . . . , 14, 15 uvedete výsledky příslušných příkladů, tj. Vaše odpovědi v podobě osamoceného (nejvýše jednoho) výsledku bez jakýchkoli komentářů či poznámek! (Tři příklady budou uvedeny na tabuli.) Pokud jste nějaký příklad neřešili, odpovídající řádek proškrtněte. Poté se podepište!

Počítat máte nejvýše 12 příkladů dle vlastní volby! Tedy alespoň tři řádky musíte proškrtnout!

Příklad 1 (5 bodů). Sestrojte přirozený kubický interpolační splajn pro body $x_0 = -1$, $x_1 = 0$ a $x_2 = 2$ a hodnoty $y_0 = y_1 = y_2 = 1$.

Příklad 2 (5 bodů). Stanovte

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 - \operatorname{tg} x}}{\sin x}.$$

Příklad 3 (5 bodů). Pro libovolné $x \in \mathbb{R}$ derivujte

$$x\sqrt{1+x^2} + e^x(x^2 - 2x + 2).$$

Příklad 4 (5 bodů). Napište rovnici normály ke grafu funkce $1 - e^{x/2}$ v bodě, který je průsečíkem tohoto grafu s osou x .

Příklad 5 (5 bodů). Uvedte Taylorův polynom čtvrtého stupně funkce $e^{-x^2/2}$ v bodě $x_0 = 0$.

Příklad 6 (5 bodů). Vypočtete

$$\int \operatorname{arctg} x \, dx.$$

Příklad 7 (5 bodů). Vyčíslete

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx$$

za pomoci 2. substituční metody.

Příklad 8 (5 bodů). Zjistěte obsah ohraničeného rovinného obrazce vymezeného částmi křivek $y = x^2 + 2x - 3$, $y = 0$.

Příklad 9 (5 bodů). Sečtěte řadu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{6^n}.$$

Příklad 10 (5 bodů). Určete poloměr konvergence mocninné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5x^{n-1}}{n3^{n-1}}.$$

Příklad 11 (5 bodů). Stanovte součet číselné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n3^n}$$

pomocí součtu vhodné mocninné řady.

Příklad 12 (5 bodů). Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' - \frac{y}{x} = \operatorname{tg} \frac{y}{x},$$

přičemž nemusíte uvádět singulární řešení.