PB165 Grafy a sítě: 8. Plánování s komunikací

Plánování s komunikací

Plánování s komunikací a s precedencemi: přehled

Příklady aplikací

- plánování paralelních úloh s precedencemi
  - acyklický graf precedenčních závislostí mezi úlohami
  - přenos dat po skončení úlohy následující úlohám
- plánování acyklických workflows

Algorimy

- optimální (polynomiální složitost)
  - použitelné pouze pro velmi specializované problémy
  - obtížná rozšiřitelnost na obecné problémy
  - př. plánování na dvou procesorech, plánování stromů
- heuristické
  - plánování seznamem (list scheduling)
  - heuristiky mapování (mapping heuristics)
  - shlukovací heuristiky (clustering heuristics)

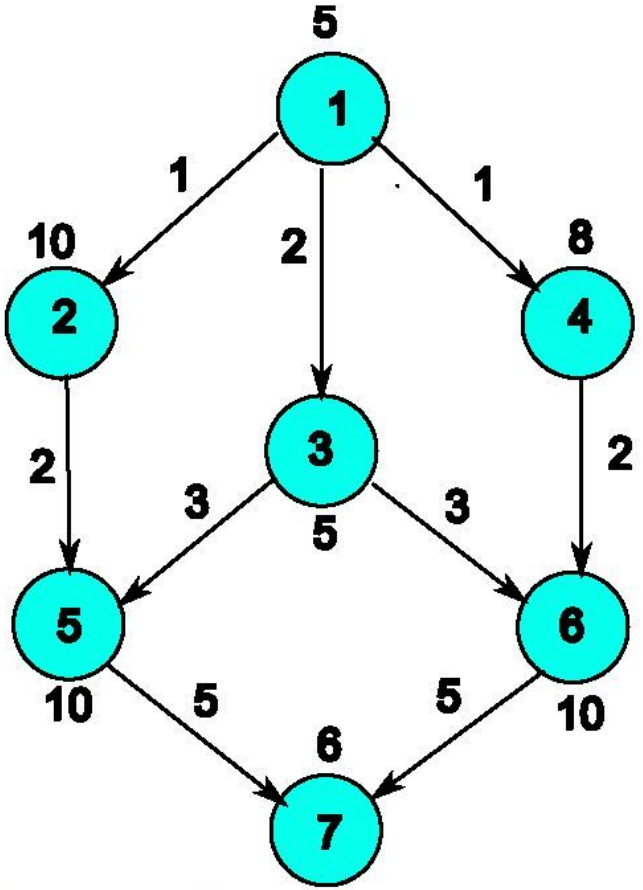
Úlohy a komunikace

Referenční dobu trvání p_i úlohy i

Precedenční omezení $i1 \rightarrow i2$

Komunikace: $size_{i1,i2}$

- $size_{i1,i2}$: velikost přenesených dat mezi úlohami $i1$ a $i2$
- pokud existuje $i1 \rightarrow i2$, pak $size_{i1,i2} \geq 0$, jinak $size_{i1,i2} = 0$
- pokud jsou $i1$ a $i2$ zpracovány na stejném stroji, tak lze čas na komunikaci (a tedy i velikost přenášených dat) zanedbat

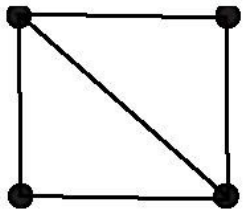


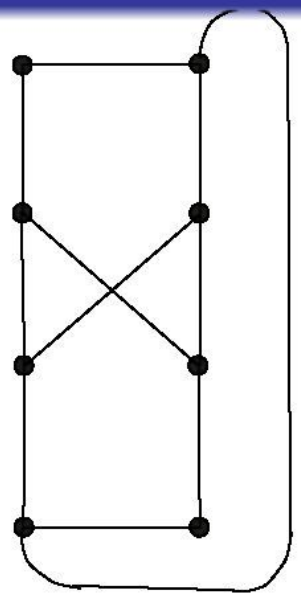
Hranově a vrcholově ohodnocený acyklický orientovaný graf

- ohodnocení hrany: velikost dat na komunikaci
- ohodnocení vrcholu: referenční doba trvání

Síť a komunikační zpoždění

- Topologie sítě: příklady





na uzlech dual-core procesor

- $transrate_{j1,j2}$: přenosová rychlost mezi sousedními stroji
- $setupmesg_j$: (inicializační) doba na poslání zprávy strojem j
- Komunikační zpoždění $c(i1, i2, j1, j2)$ pro poslání dat z úlohy $i1$ úloze $i2$ ze stroje $j1$ na sousední stroj $j2$

$$c(i1, i2, j1, j2) = \frac{size_{i1,i2}}{transrate_{j1,j2}} + setupmesg_{j1}$$

Doba provádění. Optimalizace.

- $speed_j$: rychlost zpracování strojem j
- $setuptask_j$: (inicializační) doba na nastartování úlohy na stroji j
- Doba provádění p_{ij} úlohy i na stroji j:

$$p_{ij} = \frac{p_i}{speed_j} + setuptask_j$$

- Objektivní funkce (performance measure)
  - minimalizace makespan (čas dokončení poslední úlohy)
  - do makespan se započítává:
    doba provádění + komunikační zpoždění

Plánování seznamem (list scheduling): algoritmus

Jednoduché efektivní algoritmy

- založeny na seřazení úloh v prioritní frontě
- složitost algoritmu dána výpočtem priority

Algoritmus

1. každému uzlu grafu přiřazena priorita

   prioritní fronta inicializována úlohami bez předchůdců

   úlohy ve frontě seřazeny v klesajícím pořadí dle priority
2. dokud je fronta neprázdná, prováděj:
   1. odebrána úloha zepředu z fronty
   2. je vybrán (nejlepší) volný procesor pro spuštění úlohy
      - vybraný procesor může např. minimalizovat komunikaci s předchůdci úlohy
   3. jakmile provedeni všichni přímí předchůdci nějaké úlohy tak je úloha přidána dle priority do fronty

Priority pro plánování seznamem

- Délka cesty přes uzly $i_1, i_2 \ldots i_n$:

$$w1 \sum_{i=1}^{n} p_i + w2 \sum_{i=1}^{n-1} size_{i,i+1}$$

- $w1, w2$: koeficienty určující poměr
  mezi dobou trvání a velikostí přenesených dat
- Počáteční uzly: uzly bez předchůdců
- Koncové uzly: uzly bez následníků

Výpočet priority uzlu (příklady)

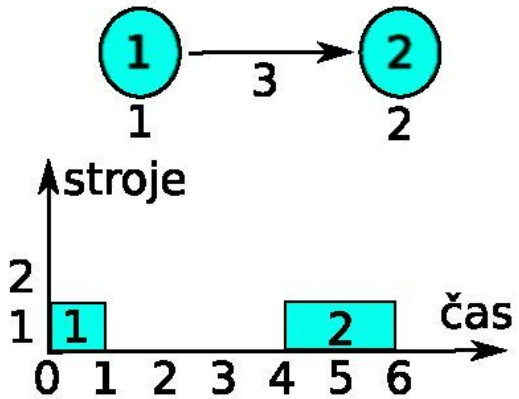
- úroveň (level)
  délka nejdelší cesty z uzlu do koncového uzlu
- ko-úroveň (co-level)
  délka nejdelší cesty z počátečního uzlu do uzlu

Plánování seznamem: nastavení

- Zanedbání doby na komunikaci:
  - pokud $i1 \rightarrow i2$ a úlohy $i1$ a $i2$ jsou prováděny na stejném stroji, tak dobu na komunikaci zanedbáme
- Výběr stroje:
  - pro provádění úlohy i je vybrán procesor, na kterém bude úloha dokončena nejdříve (v případě více možností je vybrán stroj s nejmenším indexem)
  - pozor, je třeba brát v úvahu, zda na některém stroji nedojde k zanedbání komunikace

Plánování seznamem: parametry

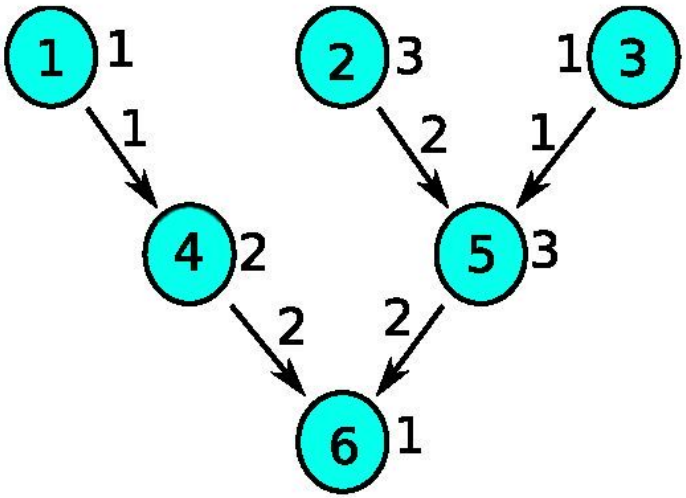
- Nechť $size_{i,j}$ přímo reprezentuje dobu na přenos dat
- Předpokládejme, že $w1 = w2 = 1$
- Rychlost stroje
  - pokud bychom předpokládali, že stroje mají stejnou rychlost, pak lze úlohy přímo rozvrhovat dle zadané p_i a $size_{i1,i2}$



- Koncový čas úlohy
  - spočítán na základě délky cesty (z p_i a $size_{i1,i2}$)
  - lze uvažovat možné zanedbání komunikace (úloha je ve frontě až v okamžiku, když jsou všichni předchůdci dopočítáni, tj. známe jejich stroj)

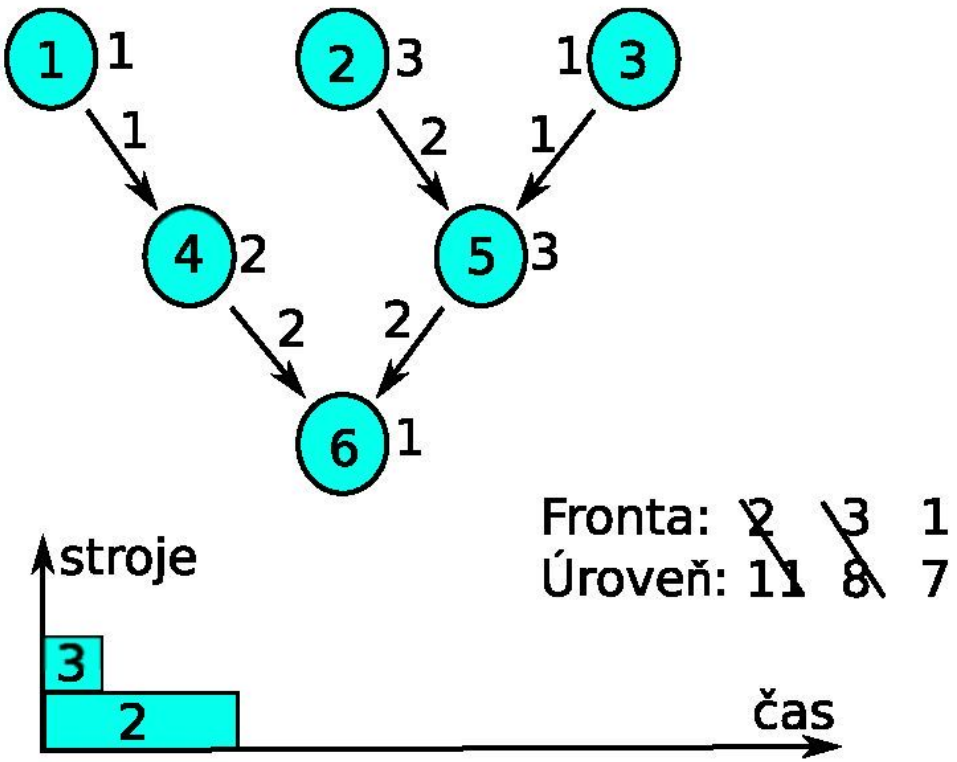
Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



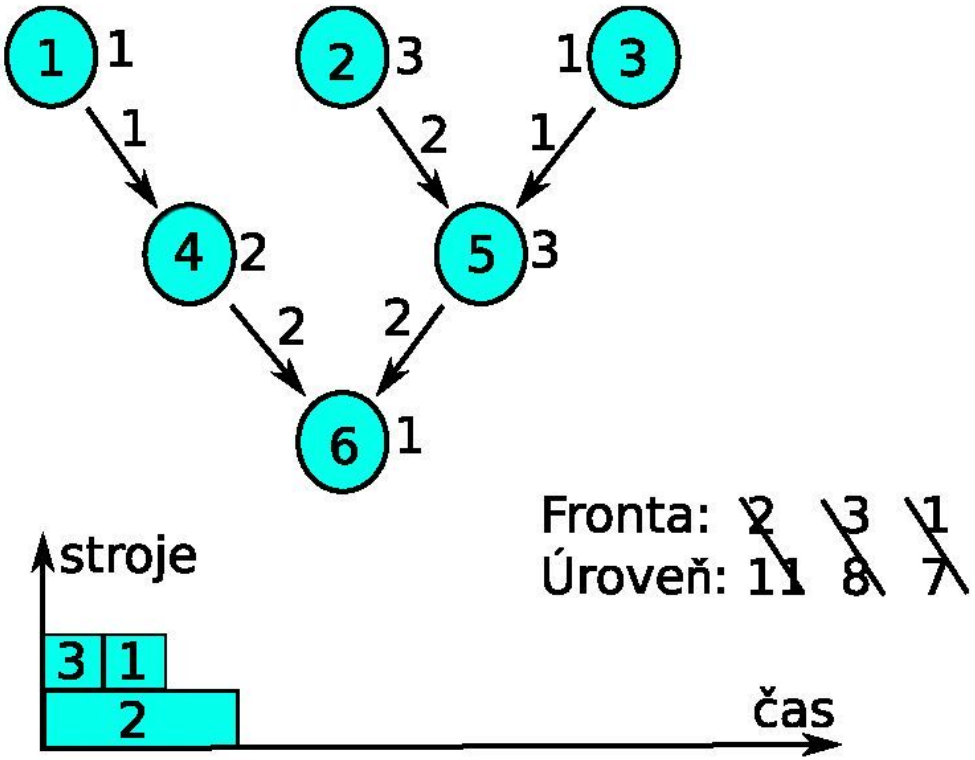
Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



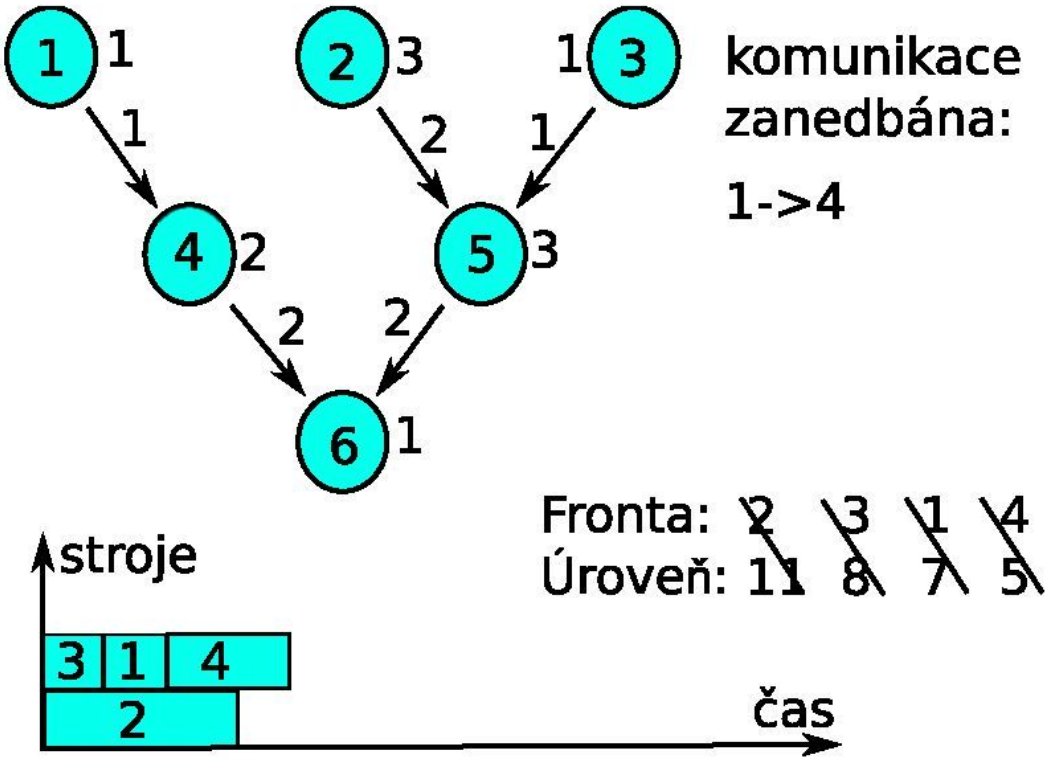
Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



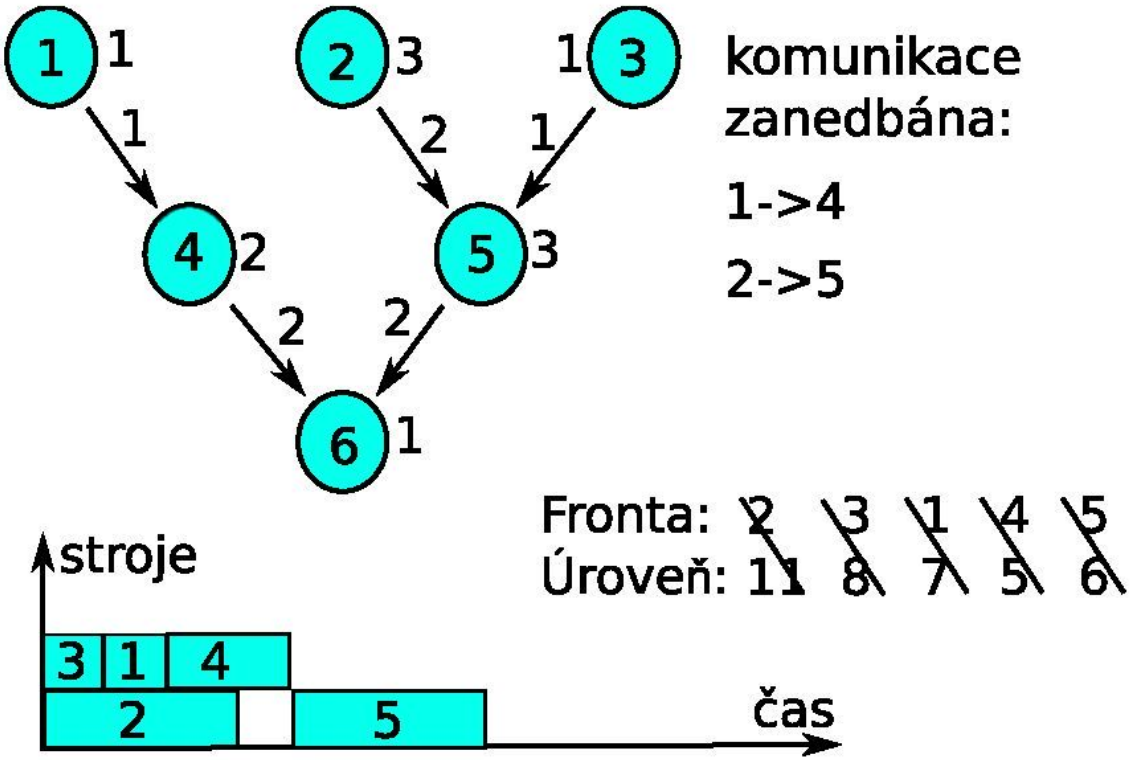
Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



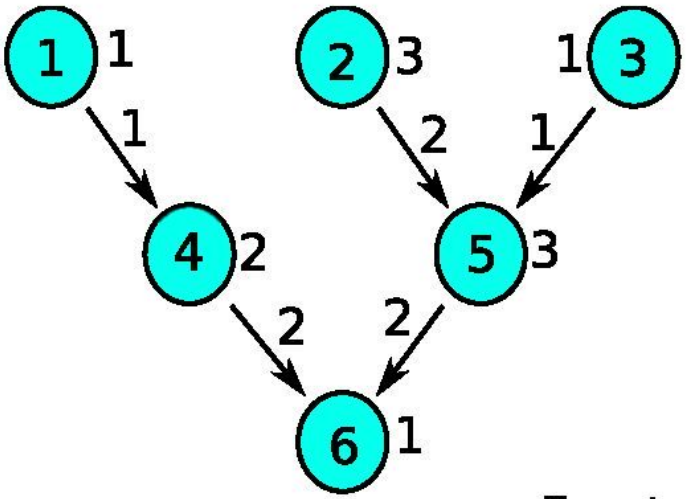
Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



komunikace zanedbána:

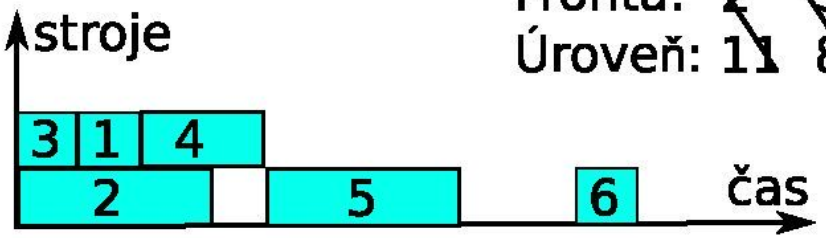
1->4

2->5

5->6

Fronta: ~~2~~ ~~3~~ ~~1~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~

Úroveň: ~~11~~ ~~8~~ ~~7~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~1~~



Plánování seznamem: cvičení

Vyřešte následující problém plánování s komunikací a s precedencemi pomocí plánování seznamem:

- jsou dány 2 stroje se stejnou rychlostí
- je dáno 6 úloh s dobou trvání
  $p_1 = 1, p_2 = 1, p_3 = 2, p_4 = 1, p_5 = 2, p_6 = 1$
- jsou dány precedence:
  $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 6, 1 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 5, 5 \rightarrow 6$
- $size_{i1,i2}$ reprezentuje dobu na přenos dat a je zadán takto:
  $size_{1,2} = 1, size_{2,4} = 3, size_{4,6} = 1,$
  $size_{1,3} = 2, size_{3,5} = 4, size_{5,6} = 2$

Plánování seznamem: diskuse

Výběr úlohy s nejvyšší úrovní = výběr úlohy na kritické cestě

Problémy při použití heuristiky

- změna kritické cesty
  - $\Leftarrow$ komunikační zpoždění závisí na alokaci úlohy
  - $\Leftarrow$ např. při alokaci na stejné stroje se zanedbatelným zpožděním nebo při nestejnoměrné vzdálenosti strojů (a počtu hopů)

Řada heuristik založena na principu (několika) prioritních front

- rozsáhlé modifikace priorit
- např. produkční plánovací systémy pro plánování úloh na počítačích PBSPro, SGE

Heuristiky mapování (mapping heuristics)

- Modifikace plánování seznamem
- Více uvažovány reálné parametry:
  - topologie sítě, rychlost procesoru, přenosová rychlost, ...
- Doba provádění úlohy i na stroji j

$$p_{ij} = \frac{p_i}{speed_j} + setuptask_j$$

- Komunikační zpoždění

$$c(i1, i2, j1, j2) = \left(\frac{size_{i1,i2}}{transrate} + setupmesg \right) \times hops_{j1,j2} + contdelay_{j1,j2}$$

  - předpokládán konstantní *transrate* a *setupmesg*
  - $hops_{j1,j2}$: počet hopů mezi stroji $j1$ a $j2$, (délka nejkratší cesty mezi stroji při jednotkovém ohodnocení hran)
  - $contdelay_{j1,j2}$: zpoždění dané zatížením linky mezi $j1$ a $j2$ (contention delay)

Heuristiky mapování (mapping heuristics)

- Konstruována a udržována směrovací tabulka obsahující
  - odhadované hodnoty p_{ij} a $c(i1, i2, j1, j2)$
  - pro každý procesor
    - počet hopů, preferovaná linka pro daný cíl, zpoždění dané zatížením
- Úlohy plánovány podle nejvyšší úrovně (podobně jako při plánování seznamem), v případě nejednoznačnosti vybrána úloha s větším množstvím přímých následníků
- Jakmile jsou dokončeni všichni předchůdci úlohy, tak je úloha naplánována na stroj, kde nejdříve skončí
- Koncový čas úlohy na stroji spočítán z
  - rychlost procesoru, přenosová rychlost, vybraná linka, počet hopů, zpoždění dané zatížením linky

Rozvrhování se shlukovacími heuristikami (clustering heuristics)

- Rozvrhování řeší
  1. alokace úloh na stroje
  2. seřazení úloh na stroji / umístění úloh v čase
- Shlukovací heuristiky: řeší alokaci úloh na stroje
- Shluk: množina úloh, která bude prováděna na stejném stroji
- Princip rozvrhování založeného na shlukování
  1. Shlukování úloh na nelimitovaný počet plně propojených procesorů
  2. Namapování shluků a jejich úloh na daný počet procesorů (m) prováděním následujících operací
     - spojování shluků: pokud je počet shluků vyšší než m
     - fyzické mapování: přiřazení shluků na procesory tak, aby byla minimalizována komunikace (na této úrovni uvažována reálná konektivita mezi stroji)
     - uspořádání úloh: úlohy jsou na stroji prováděny tak, by byly splněny závislosti mezi úlohami

Shlukovací heuristiky

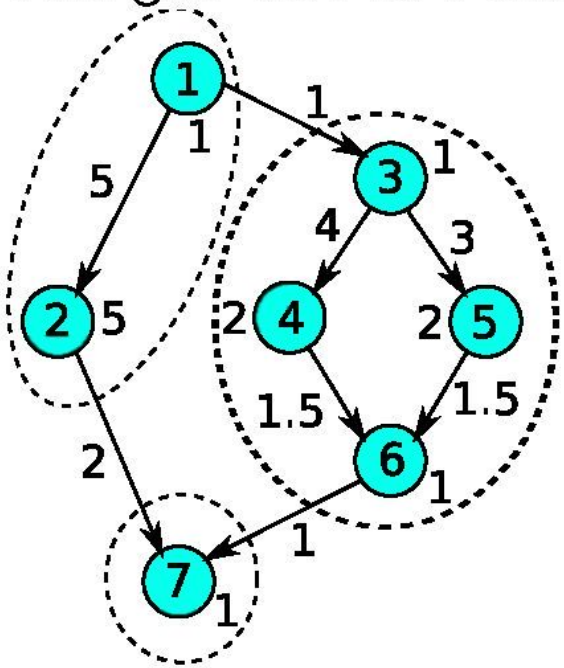
- Shlukovací heuristiky
  - bez backtrackingu (abychom se vyhnuly vysoké složitosti), tj. jakmile jsou jednou shluky spojeny nelze je zpětně rozpojit
- Iniciálně: jedna úloha = jeden shluk
- Typický krok heuristiky
  - spojení shluků + vynulování hrany, která je spojuje
  - vynulování hrany: úlohy prováděny na stejném procesoru, kde je čas na komunikaci zanedbatelný
- Kritérium pro výběr hrany na nulování
  redukce paralelního času rozvrhu

Naplánovaný graf úloh

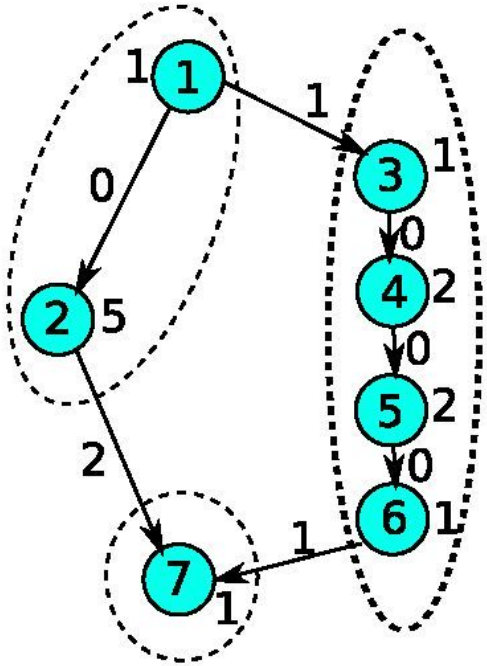
Naplánovaný graf úloh

- graf úloh zahrnující aktuální vynulování hran
- úlohy v jednom shluku jsou seřazeny (jako na procesoru) dle nejvyšší úrovně

původní graf úloh se 3 shluky



naplánovaný graf úloh



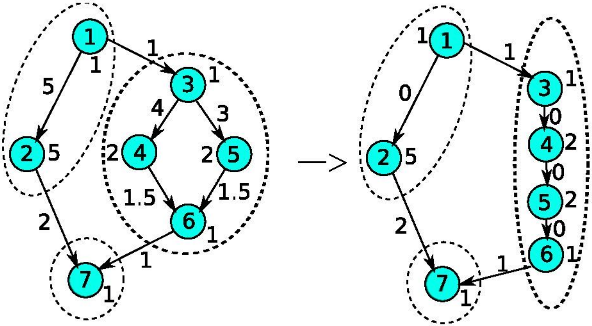
Paralelní čas a dominantní posloupnost

- Připomenutí: délka cesty přes uzly $i_1, i_2 \ldots i_n$:

$$w1 \sum_{i=1}^{n} p_i + w2 \sum_{i=1}^{n-1} size_{i,i+1}$$

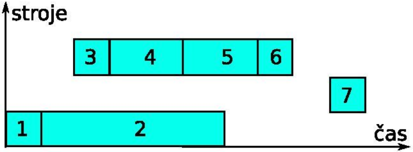
- Dominantní posloupnost:
  nejdelší cesta v naplánovaném grafu úloh
- Paralelní čas rozvrhu:
  doba nutná na provedení dominantní posloupnosti
- Pokud $w1 = w2 = 1$ a $size_{i,j}$ reprezentuje dobu na přenos
  $\Rightarrow$ délka cesty odpovídá době na provedení úloh na cestě
  $\Rightarrow$ paralelní čas rozvrhu = délka cesty dominantní posloupnosti

Dominantní posloupnost: příklad



Dominantní posloupnost 1,3,4,5,6,7 s délkou 10, tj. paralelní čas rozvrhu je 10

Odpovídající rozvrh na 3 strojích:



Algoritmus shlukovací heuristiky

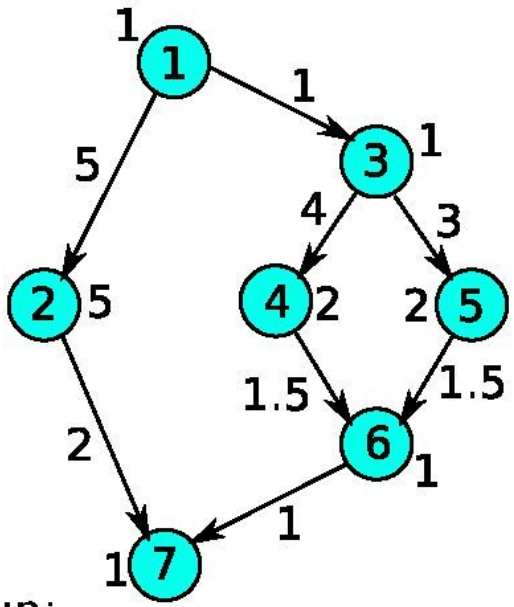
1. Inicializace: všechny hrany označeny jako nevyzkoušené
   každá úloha tvoří jeden shluk
2. Seřazení všech hran v grafu úloh v klesajícím pořadí dle komunikační ceny
3. REPEAT
   1. vynulování největší nevyzkoušené hrany v seřazeném seznamu, pokud nevzroste paralelní čas
   2. hrana je označena jako vyzkoušená
   3. když jsou spojeny dva shluky, úlohy jsou uspořádány dle nejvyšší úrovně

   UNTIL všechny hrany jsou vyzkoušené

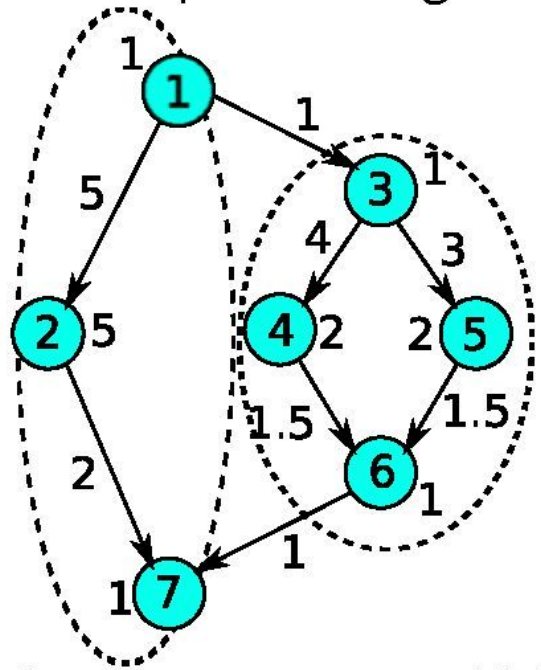
Komentář: *podobně jako existují různé metody plánování seznamem, tak existují různé varianty shlukovacích heuristik*

Shlukovací heuristiky: příklad

Problém:



Řešení pomocí algoritmu:



Postup:
seřazení hran, postupné zkoušení na vynulování a spojování shluků:

12 (vynulována, shluk 12), 34 (vynulována, shluk 34), 35 (vynulována, shluk 345), 27 (vynulována, shluk 127), 46 (vynulována, shluk 3456), 56 (vynulována), 13 (nevynulována, paralelní čas by z 10 pro dominantní cestu 1,3,4,5,6,7 vzrostl na 13 s dominantní cestou 1,2,3,4,5,6,7), 67 (nevynulována stejně jako 13)

Shlukovací heuristiky: cvičení

Vyřešte cvičení z kapitoly plánování seznamem pomocí shlukovací heuristiky.

Je v řešení nějaký rozdíl?
(nápověda: *ano, u shlukovacích heuristik víme, na kterém stroji bude úloha zpracovávána předem, a proto je možné zahájit některé komunikace dříve, a tedy rozvrh skončí dříve*)

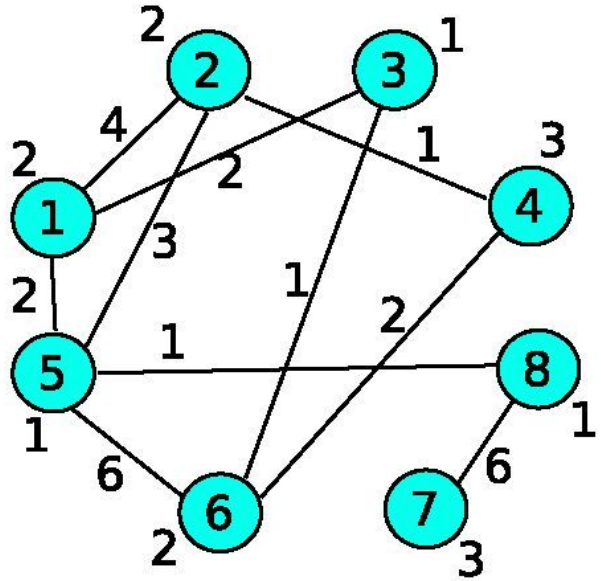
Paralelní úlohy s průběžnou komunikací

Paralelní aplikace

- n komunikujících úloh
- m procesorů
- několik úloh prováděno zároveň na každém procesoru

Grafová reprezentace

- hranově a vrcholově ohodnocený neorientovaný graf
- ohodnocené vrcholy: úlohy s danou výpočetní náročností
- ohodnocené hrany: průběžně komunikující úlohy s komunikační náročností



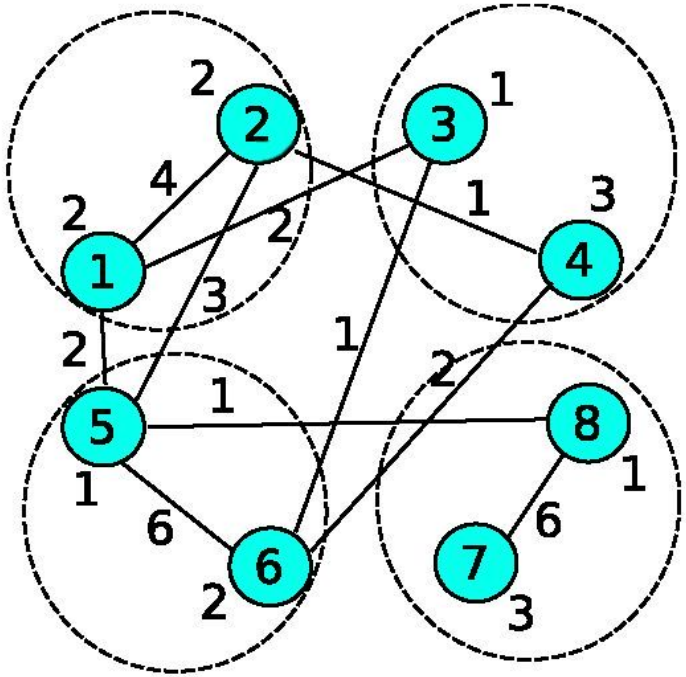
Paralelní úlohy s průběžnou komunikací

Paralelní aplikace

- n komunikujících úloh
- m procesorů
- několik úloh prováděno zároveň na každém procesoru

Grafová reprezentace

- hranově a vrcholově ohodnocený neorientovaný graf
- ohodnocené vrcholy: úlohy s danou výpočetní náročností
- ohodnocené hrany: průběžně komunikující úlohy s komunikační náročností



Vyvažování zátěže: přiřazení úloh na procesory tak, aby byla

- vyvážená zátěž jednotlivých procesorů
- minimalizována komunikace úloh na různých procesorech

Rozdělení grafu (graph partitioning)

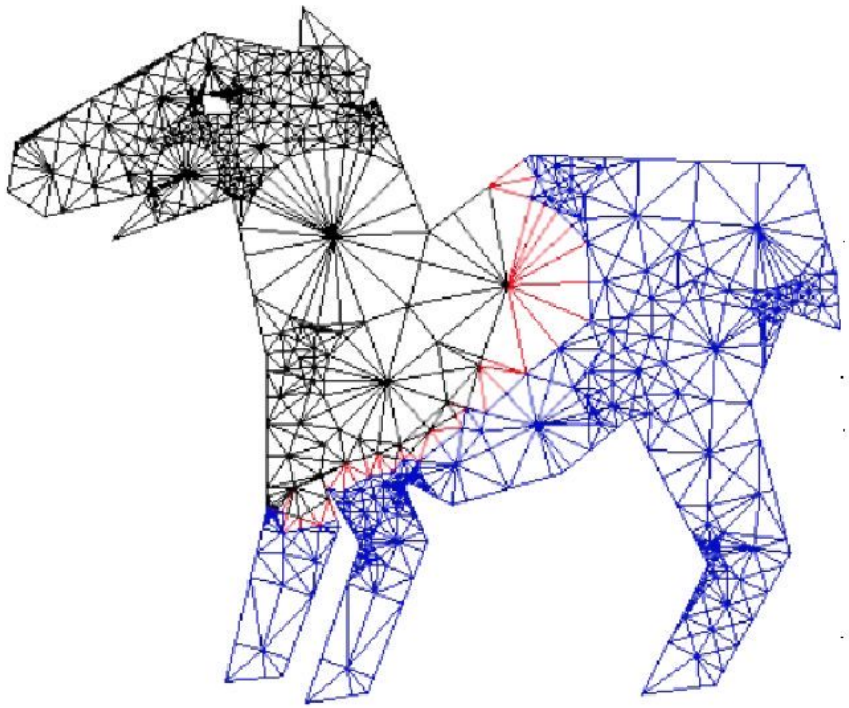
- Formulace problému vyvažování zátěže jako problému rozdělení grafu
- Rozdělení grafu $G = (V, V)$ na $V = V_1 \cup \cdots \cup V_m$ tak, že je
  - součet ohodnocení vrcholů „zhruba stejný"
  - součet ohodnocení hran spojující různé V_j a V_k minimalizován
- Speciální případ: $V = V_1 \cup V_2$ bisekce grafu (graph bisection)
- Jak nalézt vhodné rozdělení grafu?
  - problém optimálního rozdělení je NP-úplný
    - už pro bisekci: prohledání všech podmnožin množiny vrcholů (podmnožina a její doplněk tvoří V_1 a V_2)
  - nutné použít dobré heuristiky

Heuristika: opakovaná bisekce grafu

Základní používaný princip při rozdělení grafu:

rozdělení množiny vrcholů V na 2^k částí:

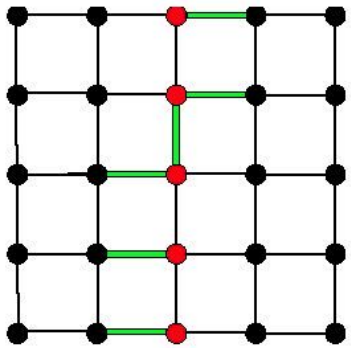
rekurzivní bisekce grafu k-krát



58 dělících hran

Dělící hrany (edge separator) vs. dělící vrcholy (vertex separator)

- Dělící hrany: $E_S \subseteq E$ dělí G po odstranění E_S z E na dvě stejně velké nesouvisející komponenty V: V_1 a V_2
- Dělící vrcholy: $V_S \subseteq V$ dělí G po odstranění V_S a všech jejich hran na dvě stejně velké nesouvisející komponenty V: V_1 a V_2



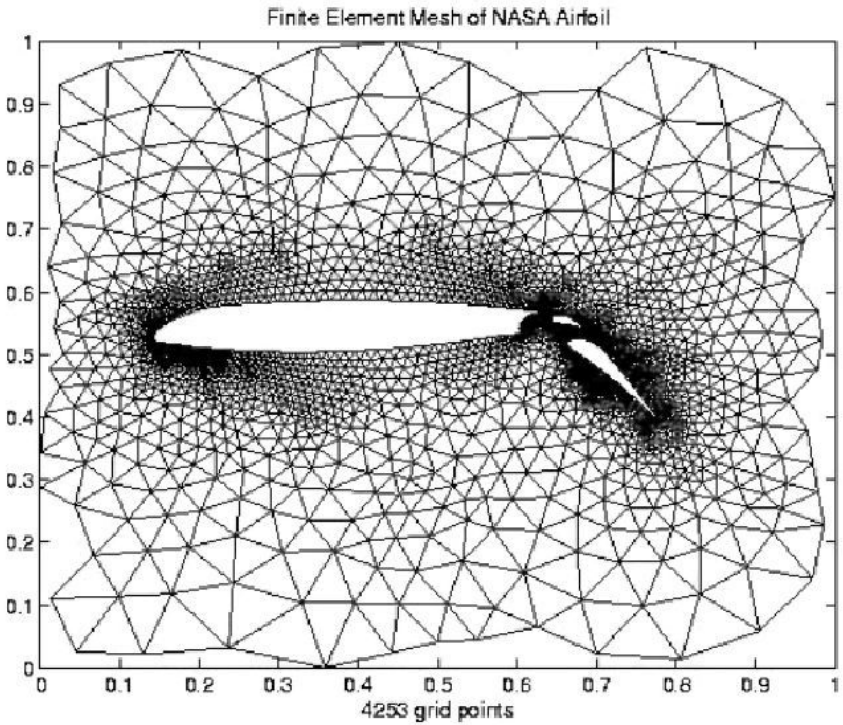
E_S = zelené hrany

V_S = červené vrcholy

Rozdělení se souřadnicemi vrcholů (partitioning with nodal coordinates)

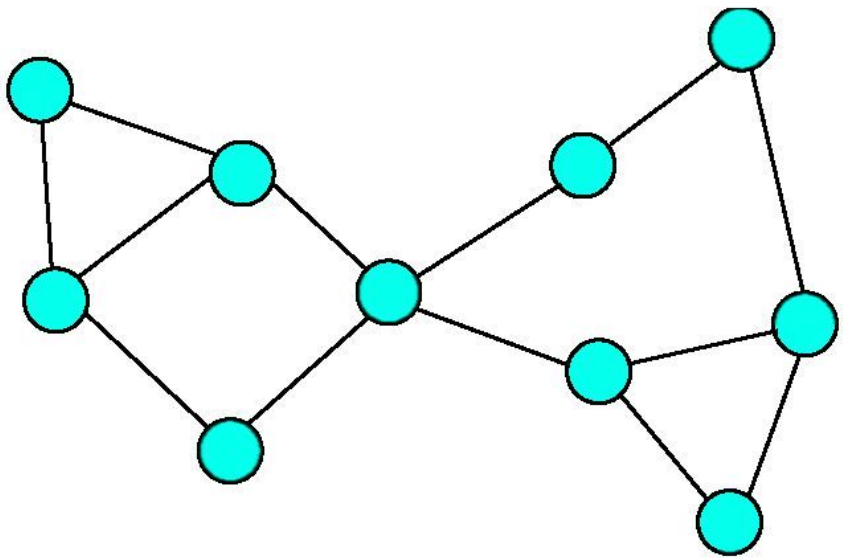
Myšlenka rozdělení pomocí souřadnic vrcholů

- každý vrchol má souřadnice v prostoru → rozdělení prostoru

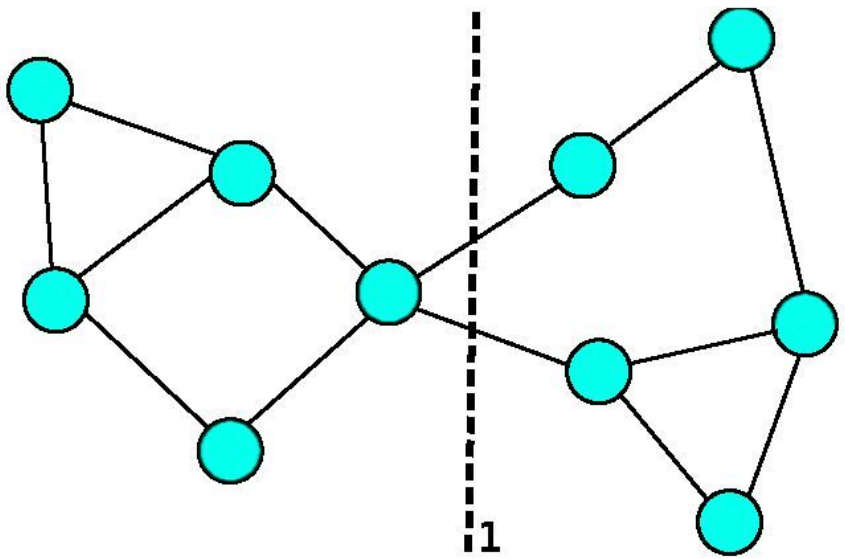


- pomocí dělicí přímky, která dělí vrcholy v prostoru na poloviny

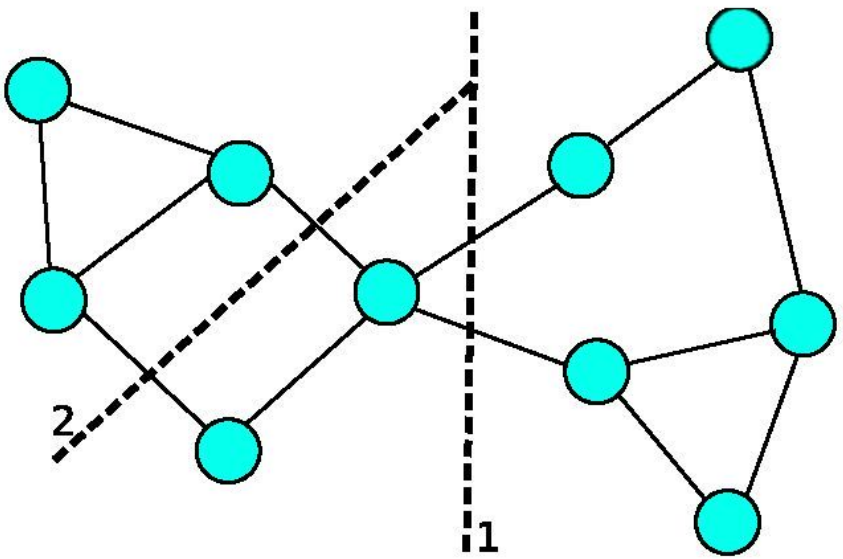
Opakovaná bisekce grafu s dělící přímkou: příklad



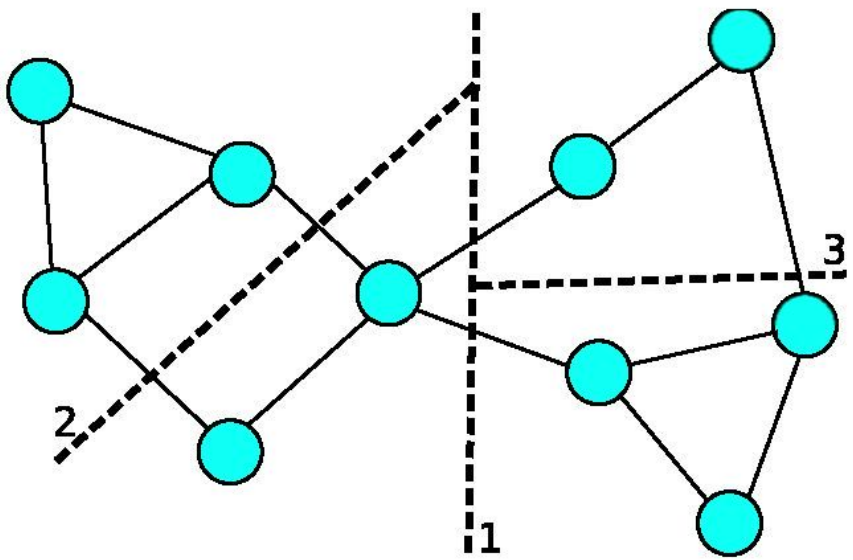
Opakovaná bisekce grafu s dělící přímkou: příklad



Opakovaná bisekce grafu s dělící přímkou: příklad



Opakovaná bisekce grafu s dělící přímkou: příklad



Grafy a sítě v plánování a rozvrhování: shrnutí

1. Problém rozvrhování: vlastnosti stroje, omezení, optimalizace
2. Precedenční omezení a disjunktivní grafová reprezentace: korespondence mezi rozvrhem a grafem
3. Ohodnocené grafy: obchodní cestující, doba na dopravu, plánování na počítačových sítích
4. Barvení grafu: algoritmus saturace a problémy přiřazení místností, rezervační problém, plánování operátorů
5. Plánování projektu (precedenční omezení): kritická cesta, kompromisní heuristika
6. Plánování s komunikací a s precedencemi: plánování seznamem, heuristiky mapování, shlukovací heuristiky
7. Paralelní úlohy s průběžnou komunikací: vyvažování zátěže a rozdělení grafu

Rozvrhování na FI: PA167 Rozvrhování, PA163 Omezující podmínky