

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

1. [2 body] Zapište, kolik různých slov patří do jazyka L nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$, pokud:

$$L_1 = \{\varepsilon, a\} \quad L_2 = \{\varepsilon, ab\} \quad L_3 = \{a, b\} \quad L_4 = ((L_1 \cdot L_2)^+ \cap (L_3^2)^*) \setminus (L_3^3 \cdot L_3^*)$$

$$L = (L_4 \cup ((L_3 \cdot L_1) \setminus L_3)) \setminus (L_3^* \cdot (L_1 \cap L_3))$$

Odpověď zdůvodněte.

Řešení: Zápis jazyka L_4 upravíme pomocí množinové algebry na ekvivalentní tvar:

$$L_4 = (L_1 \cdot L_2)^+ \cap ((L_3^2)^* \setminus (L_3^3 \cdot L_3^*))$$

Protože $(L_3^2)^*$ je jazyk všech slov sudé délky a $L_3^3 \cdot L_3^*$ je jazyk všech slov délky 3 a větší, jejich rozdílem je jazyk všech slov délky 0 a 2, tedy jazyk $\{\varepsilon, aa, ab, ba, bb\}$. Jelikož $L_1 \cdot L_2 = \{\varepsilon, a, ab, aab\}$, lehce spočítáme L_4 :

$$L_4 = \{\varepsilon, a, ab, aab\}^+ \cap \{\varepsilon, aa, ab, ba, bb\} = \{\varepsilon, aa, ab\}$$

Dále $(L_3 \cdot L_1) \setminus L_3 = \{a, b, aa, ba\} \setminus \{a, b\} = \{aa, ba\}$, tedy:

$$L = (\{\varepsilon, aa, ab\} \cup \{aa, ba\}) \setminus (L_3^* \cdot (L_1 \cap L_3)) = \{\varepsilon, aa, ab, ba\} \setminus (L_3^* \cdot \{a\})$$

Jazyk $L_3^* \cdot \{a\}$ obsahuje právě slova, jejichž suffixem je a . Celkem dostáváme $L = \{\varepsilon, ab\}$. Do jazyka L tedy patří 2 různá slova.

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Necht' L je jazyk nad abecedou $\Sigma = \{0, 1\}$ tvořený právě všemi slovy, která splňují následující podmínku:

Pokud je slovo liché délky, pak má prefix 01 a sufix 10.

Zapište jazyk L pomocí jednoprvkových jazyků $\{0\}$ a $\{1\}$ a s využitím operací průnik (\cap), sjednocení (\cup), zřetězení (\cdot) a iterace (* , $^+$).

Řešení: Implikaci lze přepsat do tvaru „Slovo má sudou délku, nebo má prefix 01 a suffix 10“. Pomocné označení:

jazyk slov délky 1 nad abecedou Σ : $L_1 = \{0\} \cup \{1\}$

jazyk slov sudé délky: $L_2 = (L_1 \cdot L_1)^*$

jazyk slov s prefixem 01 a suffixem 10: $L_3 = (\{0\} \cdot \{1\} \cdot L_1^*) \cap (L_1^* \cdot \{1\} \cdot \{0\})$

Hledaný jazyk L pak je $L_2 \cup L_3$.