

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

1. [2 body] Pomocí jednoprvkových jazyků $\{a\}$, $\{b\}$ a $\{c\}$ a s využitím operací průnik(\cap), sjednocení(\cup), zřetězení(\cdot) a iterace ($^+$, *) popište jazyk generovaný gramatikou

$G = (\{S, A, B, C, D, E, F, G\}, \{a, b, c\}, P, S)$, kde

$$P = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow aA \mid bA \mid cA \mid aE \mid bE \mid cE, \\ A \rightarrow aS \mid bS \mid cS \mid aB, \\ B \rightarrow bC, \\ C \rightarrow aD \mid bD \mid cD, \\ D \rightarrow aC \mid bC \mid cC \mid a \mid b \mid c, \\ E \rightarrow aF \mid bF \mid cF, \\ F \rightarrow aG, \\ G \rightarrow bD \end{array} \}$$

Řešení:

Nechť $L_1 = \{a\} \cup \{b\} \cup \{c\}$, pak:

$$L(G) = (L_1 \cdot L_1)^+ \cdot \{a\} \cdot \{b\} \cdot (L_1 \cdot L_1)^* \cdot L_1 \cup (L_1 \cdot L_1)^* \cdot L_1 \cdot \{a\} \cdot \{b\} \cdot (L_1 \cdot L_1)^+$$

Zdůvodnění:

Všimněme si, že každé slovo $w \in L(G)$ obsahuje alespoň jedno podslovo ab , které není jeho prefixem ani sufixem.

Pravidly

$$\begin{array}{l} S \rightarrow aA \mid bA \mid cA, \\ A \rightarrow aS \mid bS \mid cS \end{array}$$

generujeme prefix slova $w \in L(G)$ tak, že pokud následně použijeme pravidlo $A \rightarrow aB$, bude prefix slova před podslovem ab liché délky, při použití pravidel $S \rightarrow aE \mid bE \mid cE$ a $E \rightarrow aF \mid bF \mid cF$ bude jeho délka sudá a nenulová.

Nyní lze vygenerovat podslovo ab pomocí pravidel $A \rightarrow aB$ a $B \rightarrow bC$ nebo pravidel $F \rightarrow aG$ a $G \rightarrow bD$.

Po vygenerování ab dostáváme sufix, který má v případě prefixu liché délky sudou délku (začali jsme sufix generovat z neterminálu C), v druhém případě lichou délku (začali jsme sufix generovat z neterminálu D).

Dohromady tedy získáváme množinu slov $w \in \{a, b, c\}^*$ takových, že platí:

w je složeno z prefixu liché délky, podslova ab a neprázdného sufixu sudé délky nebo
 w je složeno z neprázdného prefixu sudé délky, podslova ab a sufixu liché délky,

tedy $|w|$ je lichá.

Vypracoval: James Bond

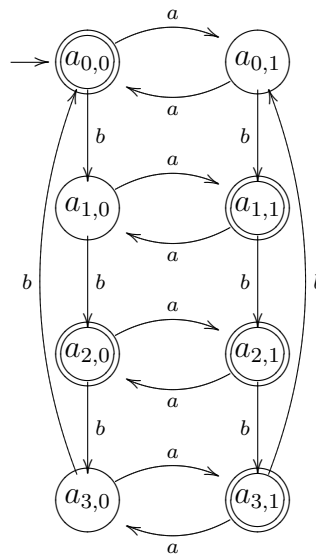
UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Sestrojte deterministický konečný automat akceptující jazyk

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid (\#_a(w) \bmod 2 = 1 \wedge \#_b(w) \bmod 4 = 2) \vee |w| \bmod 2 = 0\}$$

Řešení:



Vysvětlení: Automat je ve stavu $a_{i,j}$ právě tehdy, když zbytek po dělení počtu písmen a ve zpracované části slova dvěma je j a zbytek po dělení počtu písmen b ve zpracované části slova třemi je i . Stav $a_{2,1}$ je proto akceptující. Stavy $a_{0,0}$, $a_{1,1}$, $a_{2,0}$ a $a_{3,1}$ jsou akceptující, protože v nich má zpracovaná část slova sudou délku.