IB102 – úkol 5 – řešení **Odevzdání: 20. 10. 2008**

Vypracoval: James Bond UČO: 007
Skupina: MI6

2. [**2 body**] Nechť L je jazyk nad abecedou Σ a $w \in \Sigma^*$. Definujme následující operaci:

$$w/L = \{u \mid wu \in L\}$$

Například pro $L = \{ab, aba, bba\}$ platí $ab/L = \{\varepsilon, a\}$.

Bez využití převodu na DFA uveďte obecný postup, kterým lze pro libovolný nedeterministický konečný automat $\mathcal{M}$ bez ε-kroků a slovo w sestrojit automat $\mathcal{M}'$ (bez ε-kroků), pro který platí $L(\mathcal{M}') = w/L(\mathcal{M})$. Tím dokážeme, že je třída regulárních jazyků uzavřena na operaci w/L pro každé w. Zdůvodněte správnost své konstrukce.

Řešení: Nechť $\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$. Slovo wu patří do L právě tehdy, platí-li $\hat{\delta}(q_0, wu) \cap F \neq \emptyset$, což můžeme přepsat jako $\bigcup_{p \in \hat{\delta}(q_0, w)} \hat{\delta}(p, u) \cap F \neq \emptyset$. To znamená, že w určuje nějakou množinu stavů $A = \hat{\delta}(q_0, w)$, kde pokud by jeden z těchto stavů byl počáteční, automat $\mathcal{M}$ by akceptoval slovo u. Protože nemůžeme použít více počátečních stavů ani ε-kroky, musíme přidat nový iniciální stav, který bude ekvivalentní všem stavům v této množině, tzn. budou z něj vést přechody do stejných stavů a bude koncový, pokud alespoň jeden stav množiny A je koncový:

$\mathcal{M}' = (Q \cup \{q_i\}, \Sigma, \delta', q_i, F')$, kde $q_i \notin Q$,

$$\delta'(q, a) = \begin{cases} \delta(q, a) & \text{pokud } q \in Q \\ \bigcup_{p \in A} \delta(p, a) & \text{pokud } q = q_i \end{cases},$$

$$F' = \begin{cases} F \cup \{q_i\} & \text{pokud } A \cap F \neq \emptyset \\ F & \text{jinak} \end{cases}$$

IB102 – úkol 5 – řešení **Odevzdání: 20. 10. 2008**

Vypracoval: James Bond UČO: 007
Skupina: MI6

---

2. [**2 body**] K zadanému nedeterministickému konečnému automatu zkonstruujte ekvivalentní minimální konečný automat v kanonickém tvaru. Konstrukci zde uveďte.

	a	b
$\to 1$	$\{2,3,4\}$	$\{3,4\}$
$\leftarrow 2$	$\{2,3\}$	$\{3,4\}$
3	$\emptyset$	$\{3,4,5\}$
4	$\{5\}$	$\{4,5\}$
5	$\emptyset$	$\emptyset$

Řešení: Aplikací algoritmu pro transformaci NFA na ekvivalentní DFA dostáváme:

	a	b
$\to \{1\}$	$\{2,3,4\}$	$\{3,4\}$
$\leftarrow \{2,3,4\}$	$\{2,3,5\}$	$\{3,4,5\}$
$\{3,4\}$	$\{5\}$	$\{3,4,5\}$
$\leftarrow \{2,3,5\}$	$\{2,3\}$	$\{3,4,5\}$
$\{3,4,5\}$	$\{5\}$	$\{3,4,5\}$
$\{5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\leftarrow \{2,3\}$	$\{2,3\}$	$\{3,4,5\}$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

Tento automat je zřejmě bez nedosažitelných stavů a s totální přechodovou funkcí.

Konstrukce minimálního automatu:

$\equiv_0$		a	b
I	$\to \{1\}$	II	I
	$\{3,4\}$	I	I
	$\{3,4,5\}$	I	I
	$\{5\}$	I	I
	$\emptyset$	I	I
II	$\leftarrow \{2,3,4\}$	II	I
	$\leftarrow \{2,3,5\}$	II	I
	$\leftarrow \{2,3\}$	II	I

$\rightsquigarrow$

$\equiv_1$		a	b
I	$\to \{1\}$	III	II
II	$\{3,4\}$	II	II
	$\{3,4,5\}$	II	II
	$\{5\}$	II	II
	$\emptyset$	II	II
III	$\leftarrow \{2,3,4\}$	III	II
	$\leftarrow \{2,3,5\}$	III	II
	$\leftarrow \{2,3\}$	III	II

Minimální automat tedy je:

	a	b
$\rightarrow I$	III	II
II	II	II
$\leftarrow III$	III	II

Nakonec převedeme minimální automat do kanonického tvaru:

	a	b
$\rightarrow A$	B	C
$\leftarrow B$	B	C
C	C	C