

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

1. [2 body] Mějme bezkontextovou gramatiku $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b, c\}, P, S)$, kde

$$P = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid ABD, \\ A \rightarrow BbA \mid C, \\ B \rightarrow Ac, \\ C \rightarrow abC \mid \varepsilon, \\ D \rightarrow aD \end{array} \}.$$

Zkonstruujte ekvivalentní gramatiku v Greibachově normální formě. Popište svůj postup, uveďte hlavní mezivýsledky.

Řešení: Gramatika G není vlastní, je proto nutné provést další úpravy před samotným převodem do GNF. Použijeme algoritmy prezentované na přednášce.

Začneme odstraněním nepoužitelných symbolů, čím dostaneme gramatiku

$G_1 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P_1, S)$, kde

$$P_1 = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB, \\ A \rightarrow BbA \mid C, \\ B \rightarrow Ac, \\ C \rightarrow abC \mid \varepsilon \end{array} \}.$$

Následně odstraníme ε -pravidla. Pravidla výsledné gramatiky

$G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P_2, S)$ vypadají takhle:

$$P_2 = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid B, \\ A \rightarrow BbA \mid C \mid Bb, \\ B \rightarrow Ac \mid c, \\ C \rightarrow abC \mid ab \end{array} \}.$$

Pokračujeme eliminací jednoduchých pravidel, čím získáme gramatiku

$G_3 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P_3, S)$, kde:

$$P_3 = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid Ac \mid c, \\ A \rightarrow BbA \mid Bb \mid abC \mid ab, \\ B \rightarrow Ac \mid c, \\ C \rightarrow abC \mid ab \end{array} \}.$$

V této chvíli máme vlastní gramatiku, můžeme tedy přistoupit k odstranění levé rekurze. Vytvoříme gramatiku $G_4 = (\{S, A, B, C, B'\}, \{a, b, c\}, P_4, S)$, kde

$$P_4 = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid Ac \mid c, \\ A \rightarrow BbA \mid Bb \mid abC \mid ab, \\ B \rightarrow c \mid abCc \mid abc \mid cB' \mid abCcB' \mid abcB', \\ B' \rightarrow bAc \mid bc \mid bAcB' \mid bcB', \\ C \rightarrow abC \mid ab \}. \end{array}$$

Nakonec vzniklou gramatiku transformujeme do GNF. Výsledkem je ekvivalentní gramatika $G_5 = (\{S, A, B, C, B', b', c'\}, \{a, b, c\}, P_5, S)$, kde

$$P_5 = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow c \mid ab'CB \mid ab'B \mid cb'AB \mid ab'Cc'b'AB \mid ab'c'b'AB \mid cB'b'AB \mid ab'Cc'B'b'AB, \\ S \rightarrow ab'c'B'b'AB \mid cb'B \mid ab'Cc'b'B \mid ab'c'b'B \mid cB'b'B \mid ab'Cc'B'b'B \mid ab'c'B'b'B, \\ S \rightarrow ab'Cc' \mid ab'c' \mid cb'Ac' \mid ab'Cc'b'Ac' \mid ab'c'b'Ac' \mid cB'b'Ac' \mid ab'Cc'B'b'Ac', \\ S \rightarrow ab'c'B'b'Ac' \mid cb'c' \mid ab'Cc'b'c' \mid ab'c'b'c' \mid cB'b'c' \mid ab'Cc'B'b'c' \mid ab'c'B'b'c', \\ A \rightarrow ab'C \mid ab' \mid cb'A \mid ab'Cc'b'A \mid ab'c'b'A \mid cB'b'A \mid ab'Cc'B'b'A \mid ab'c'B'b'A \mid cb', \\ A \rightarrow ab'Cc'b' \mid ab'c'b' \mid cB'b' \mid ab'Cc'B'b' \mid ab'c'B'b', \\ B \rightarrow c \mid ab'Cc' \mid ab'c' \mid cB' \mid ab'Cc'B' \mid ab'c'B', \\ C \rightarrow ab'C \mid ab', \\ B' \rightarrow bAc' \mid bc' \mid bAc'B' \mid bc'B', \\ b' \rightarrow b, \\ c' \rightarrow c \}. \end{array}$$

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Necht' $L = \{a^i b^j \mid i, j \in \mathbf{N}_0; ki = lj; k, l \in \{1, 2\}\}$. Zkonstruujte zásobníkový automat \mathcal{A} akceptující prázdným zásobníkem jazyk L .

Řešení: Hledaný automat je $\mathcal{A} = (\{q_0, q_{A1}, q_{A2}, q_E, q_B, q_F\}, \{a, b\}, \{Z_0, B\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$, kde

$$\delta(q_F, \varepsilon, Z_0) = \{(q_F, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{(q_F, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_{A1}, BZ_0), (q_E, BZ_0), (q_B, BBZ_0)\}$$

$$\delta(q_{A1}, a, B) = \{(q_{A2}, B)\}$$

$$\delta(q_{A2}, a, B) = \{(q_{A1}, BB)\}$$

$$\delta(q_E, a, B) = \{(q_E, BB)\}$$

$$\delta(q_B, a, B) = \{(q_B, BBB)\}$$

$$\delta(x, b, B) = \{(q_F, \varepsilon)\} \quad \forall x \in \{q_F, q_{A2}, q_E, q_B\}$$

Základní myšlenka konstrukce je, že v zásobníku počítáme, kolik znaků b ještě musíme zapsat. Ještě předtím při načítání prvního a nedeterministicky rozhodneme, jestli bude více áček, více béček, nebo obou stejně (Pomocí stavů q_{A1}, q_B, q_E). Každý z podprogramů ukládá na zásobník správný počet symbolů podle načtených áček.

Po načítání prvního béčka projdeme z podprogramu do stavu q_F . Tady ze zásobníku symboly odebíráme pro každé načtené b . Pokud je na zásobníku jenom iniciální symbol, znamená to, že sme načetli celé správné slovo a akceptujeme vyprázdněním zásobníku.