

Písemný test MA010 Grafy: 11.1. 2007, var A

Identifikace

UČO:

JMÉNO:

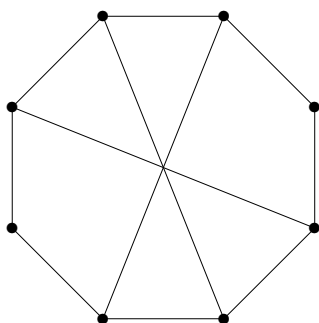
Poloha v místnosti:

Na vypracování máte **ve dvou částech(!) 60+60 minut**, celkem získáte $\leq 40 + 30$ bodů. Řešení musí být na **tomtéž listu papíru** jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat!** Je zakázáno použít kalkulačky a jiné elektronické přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.

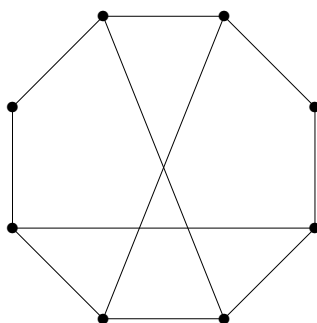
.....

1). Dány jsou následující tři grafy na 8 vrcholech každý.

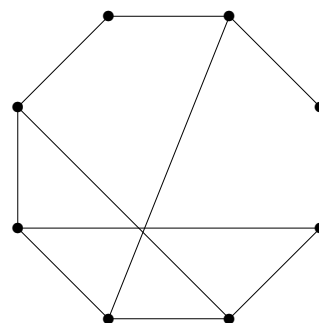
A



B



C



Vášim úkolem je mezi nimi najít všechny isomorfní dvojice. Pro každou isomorfní dvojici vyznačte bijekci mezi vrcholy číslováním, pro každou neisomorfní dvojici zdůvodněte rozdíl mezi grafy.

(Hodnocení 15 bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)

Písemný test MA010 Grafy: 11.1. 2007, var A

Identifikace

UČO:

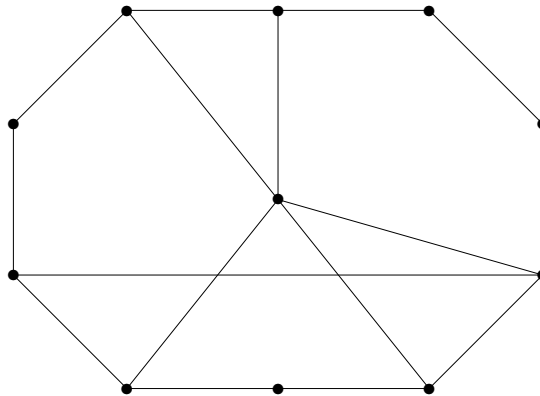
JMÉNO:

Poloha v místnosti:

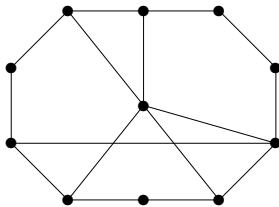
.....

Na vypracování máte **ve dvou částech(!) 60+60 minut**, celkem získáte $\leq 40 + 30$ bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat!** Je zakázáno použít kalkulačky a jiné elektronické přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.

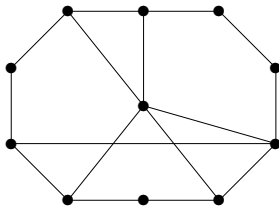
- 2). Pro následující graf na 11 vrcholech odpovězte níže uvedené tři otázky. Vaše řešení vyznačte vždy do příslušné kopie obrázku grafu níže. V případě existence více řešení vyznačte libovolně. Navíc u každé otázky stručně (alespoň neformálně) **zdůvodněte správnost vašeho řešení** (tj. například proč je vaše množina největší / nejmenší...).



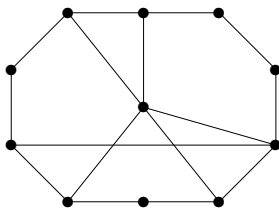
- a) Určete barevnost tohoto grafu a vyznačte příslušné obarvení.



- b) Určete velikost *největší* nezávislé množiny v tomto grafu a vyznačte ji (zakroužkováním vrcholů).



- c) Určete velikost *nejmenší* dominující množiny v tomto grafu a vyznačte ji. (Dominující množina vrcholů je taková, že každý jiný vrchol grafu s některým jejím vrcholem sousedí.)



(Hodnocení 25 bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)

Písemný test MA010 Grafy: 11.1. 2007, var A

Identifikace

UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte **ve dvou částech(!) 60+60 minut**, celkem získáte $\leq 40 + 30$ bodů. Řešení musí být na *tomtéž listu papíru* jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat!** Je zakázáno použít kalkulačky a jiné elektronické přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.

.....

- 3). Popište (jakýkoliv) souvislý jednoduchý graf, který má přesně 2007 koster a přitom neobsahuje jako podgraf kružnici délky 2007. Nezbytnou součástí řešení je i zdůvodnění, proč váš graf má 2007 koster.

(Mohlo by se vám hodit, že $2007 = 9 \cdot 223$.)

(Hodnocení 10 bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)

Písemný test MA010 Grafy: 11.1. 2007, var A

Identifikace

UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte **ve dvou částech(!) 60+60 minut**, celkem získáte $\leq 40 + 30$ bodů. Řešení musí být na **tomtéž listu papíru** jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat!** Je zakázáno použít kalkulačky a jiné elektronické přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.

.....

- 4). Jak jistě víte, $K_{n,n}$ je úplný bipartitní graf na n a n vrcholech. Označme dále $K_{n,n}^\bullet$ graf vzniklý z $K_{n,n}$ podrozdělením jedné jeho hrany jedním novým vrcholem (stupně 2). Pokud označíme jako A počet všech koster grafu $K_{n,n}$ a jako B počet všech koster $K_{n,n}^\bullet$, tak platí vztah

$$B = \left[1 + \left(\frac{n-1}{n} \right)^2 \right] \cdot A.$$

Dokažte.

(Návod: nemusíte spočítat hodnoty A, B , abyste vztah dokázali...)(Hodnocení **20** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)

Písemný test MA010 Grafy: 11.1. 2007, var B

Identifikace

UČO:

JMÉNO:

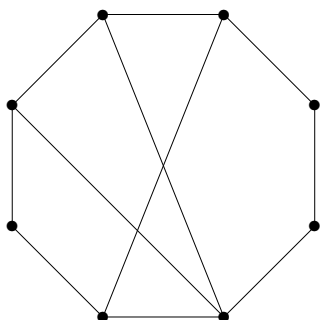
Poloha v místnosti:

Na vypracování máte **ve dvou částech(!) 60+60 minut**, celkem získáte $\leq 40 + 30$ bodů. Řešení musí být na *tomtéž listu papíru* jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat!** Je zakázáno použít kalkulačky a jiné elektronické přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.

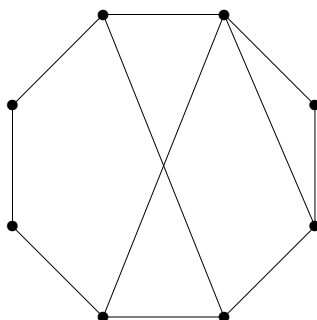
.....

1). Dány jsou následující tři grafy na 8 vrcholech každý.

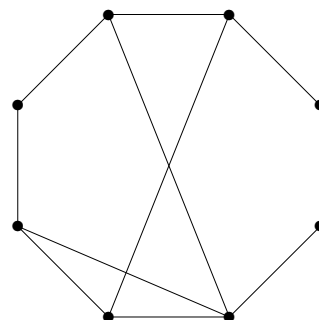
A



B



C



Vášim úkolem je mezi nimi najít všechny isomorfní dvojice. Pro každou isomorfní dvojici vyznačte bijekci mezi vrcholy číslováním, pro každou neisomorfní dvojici zdůvodněte rozdíl mezi grafy.

(Hodnocení 15 bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)

Písemný test MA010 Grafy: 11.1. 2007, var B

Identifikace

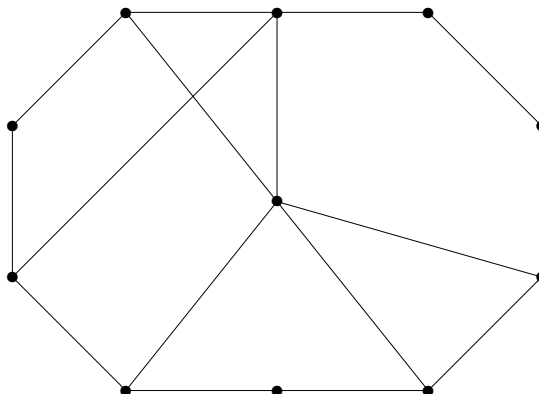
UČO:

JMÉNO:

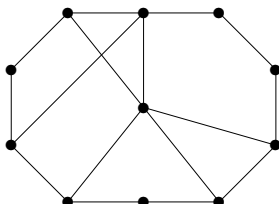
Poloha v místnosti:

Na vypracování máte **ve dvou částech(!) 60+60 minut**, celkem získáte $\leq 40 + 30$ bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat!** Je zakázáno použít kalkulačky a jiné elektronické přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.

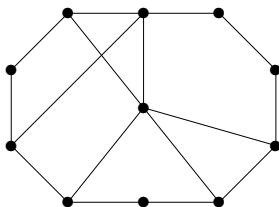
- 2). Pro následující graf na 11 vrcholech odpovězte níže uvedené tři otázky. Vaše řešení vyznačte vždy do příslušné kopie obrázku grafu níže. V případě existence více řešení vyznačte libovolně. Navíc u každé otázky stručně (alespoň neformálně) **zdůvodněte správnost vašeho řešení** (tj. například proč je vaše množina největší / nejmenší...).



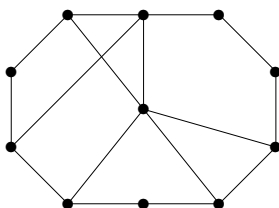
- a) Určete barevnost tohoto grafu a vyznačte příslušné obarvení.



- b) Určete velikost *největší* nezávislé množiny v tomto grafu a vyznačte ji (zakroužkováním vrcholů).



- c) Určete velikost *nejmenší* dominující množiny v tomto grafu a vyznačte ji. (Dominující množina vrcholů je taková, že každý jiný vrchol grafu s některým jejím vrcholem sousedí.)



(Hodnocení 25 bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)

Písemný test MA010 Grafy: 11.1. 2007, var B

Identifikace

UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte **ve dvou částech(!) 60+60 minut**, celkem získáte $\leq 40 + 30$ bodů. Řešení musí být na *tomtéž listu papíru jako je zadání*, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat!** Je zakázáno použít kalkulačky a jiné elektronické přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.

.....

- 3).** Popište (jakýkoliv) souvislý jednoduchý graf, který má přesně 2006 koster a přitom neobsahuje jako podgraf kružnici délky 2006. Nezbytnou součástí řešení je i zdůvodnění, proč váš graf má 2006 koster.

(Mohlo by se vám hodit, že $2006 = 34 \cdot 59$.)

(Hodnocení **10** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)

Písemný test MA010 Grafy: 11.1. 2007, var B

Identifikace

UČO:

JMÉNO:

Poloha v místnosti:

Na vypracování máte **ve dvou částech(!) 60+60 minut**, celkem získáte $\leq 40 + 30$ bodů. Řešení musí být na tomtéž listu papíru jako je zadání, při nedostatku místa použijte druhou stranu papíru. Každý list papíru musíte **podepsat!** Je zakázáno použít kalkulačky a jiné elektronické přístroje včetně mobilů. Pracujte **samostatně**. Povolen je 1 list A4 vlastnoručně psaných poznámek k předmětu.

.....

- 4). Jak jistě víte, $K_{n,n}$ je úplný bipartitní graf na n a n vrcholech. Označme dále $K_{n,n}^\bullet$ graf vzniklý z $K_{n,n}$ podrozdělením jedné jeho hrany jedním novým vrcholem (stupně 2). Pokud označíme jako A počet všech koster grafu $K_{n,n}$ a jako B počet všech koster $K_{n,n}^\bullet$, tak platí vztah

$$B = \left[1 + \left(\frac{n-1}{n} \right)^2 \right] \cdot A.$$

Dokažte.

(Návod: nemusíte spočítat hodnoty A, B , abyste vztah dokázali...)

(Hodnocení **20** bodů. Pište řešení přímo k zadání na stejný(!) list papíru.)