3. Základní pojmy matematické statistiky.
Diagnostické grafy.

3.1. Motivace

3.2. Definice: Definice náhodného výběru z jednorozměrného a p-rozměrného rozložení, definice statistiky

3.3. Důsledek. Distribuční funkce náhodného výběru je součinem distribučních funkcí jednotlivých složek.

3.4. Definice: Definice důležitých statistik

3.5. Příklad: 10 krát nezávisle na sobě byla změřena jistá konstanta μ. Výsledky měření byly: 2 1,8 2,1 2,4 1,9 2,1 2 1,8 2,3 2,2. Tyto výsledky považujeme za číselné realizace náhodného výběru $X_1, ..., X_{10}$. Vypočtěte realizaci m výběrového průměru M, realizaci s^2 výběrového rozptylu S^2, realizaci s výběrové směrodatné odchylky S a hodnoty výběrové distribuční funkce $F_{10}(x)$.

Řešení:

$$m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{10}(2 + 1,8 + ... + 2,2) = 2,06$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - nm^2\right) = \frac{1}{9}\left(2^2 + 1,8^2 + ... + 2,2^2 - 10 \cdot 2,06^2\right) = 0,0404$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,0404} = 0,2011$$

Pro usnadnění výpočtu hodnot výběrové distribuční funkce $F_{10}(x)$ uspořádáme měření podle velikosti: 1,8 1,8 1,9 2 2 2,1 2,1 2,2 2,3 2,4.

$$x < 1,8 : F_{10}(x) = 0$$

$$1,8 \le x < 1,9 : F_{10}(x) = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$1,9 \le x < 2 : F_{10}(x) = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$2 \le x < 2,1 : F_{10}(x) = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$2,1 \le x < 2,2 : F_{10}(x) = \frac{7}{10} = 0,7$$

$$2,2 \le x < 2,3 : F_{10}(x) = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$2,3 \le x < 2,4 : F_{10}(x) = \frac{9}{10} = 0,9$$

$$x \ge 2,4 : F_{10}(x) = 1$$

3.6. Příklad: U 11 náhodně vybraných aut jisté značky bylo zjišťováno jejich stáří (náhodná veličina X – v letech) a cena (náhodná veličina Y – v tisících Kč). Výsledky: (5, 85), (4, 103), (6, 70), (5, 82), (5, 89), (5, 98), (6, 66), (6, 95), (2, 169), (7, 70), (7, 48). Vypočtěte a interpretujte číselnou realizaci r_{12} výběrového koeficientu korelace R_{12}.

Řešení:

$$m_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{11}(5+4+...+7) = 5,28$$

$$m_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{11}(85+103+...+48) = 88,63$$

$$s_1^{\,2} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} - nm_1^{\,2}\right) = \frac{1}{10}\left(5^2+4^2+...+7^2-11\cdot 5,28^2\right) = 2,02$$

$$s_2^{\,2} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^{\,2} - nm_2^{\,2}\right) = \frac{1}{10}\left(85^2+103^2+...+48^2-11\cdot 88,63^2\right) = 970,85$$

$$s_{12} = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - nm_1 m_2\right) = \frac{1}{10}(5\cdot 85+4\cdot 103+...+7\cdot 48-11\cdot 5,28\cdot 88,63) = -40,89$$

$$r_{12} = \frac{s_{12}}{s_1\cdot s_2} = \frac{-40,82}{\sqrt{2,02}\cdot\sqrt{970,85}} = -0,92$$

Mezi náhodnými veličinami X a Y existuje silná nepřímá lineární závislost. Čím starší auto, tím nižší cena.

3.7. Věta: Vlastnosti důležitých statistik

3.8. Poznámka: Typy uspořádání pokusů
a) Jednoduché pozorování
b) Dvojné pozorování
- dvouvýběrové porovnávání
- párové porovnávání

c) Mnohonásobné pozorování
- mnohovýběrové porovnávání
- blokové porovnávání

3.9. Motivace: Motivace k diagnostickým grafům

3.10. Popis krabicového diagramu (včetně příkladu)

3.11. Popis P-P grafu a jeho speciálního případu N-P grafu (včetně příkladu)

3.12. Popis histogramu (včetně příkladu)