

Příklady na cvičení ke 2. přednášce

Příklad 1.: Pravděpodobnost, že výrobek má 1. jakost, je $v = 0,9$. Kolik výrobků je třeba zkontrolovat, aby s pravděpodobností aspoň 0,99 bylo zaručeno, že rozdíl relativní četnosti počtu výrobků 1. jakosti a pravděpodobnosti $v = 0,9$ byl v absolutní hodnotě menší než 0,03? K výpočtu použijte jak Bernoulliovu větu, tak Moivreovu - Laplaceovu větu a výsledky porovnejte.

Výsledek: Podle Bernoulliovu větu je zapotřebí zkontrolovat aspoň 10 000 výrobků, zatímco podle M. – L. věty pouze 665.

Příklad 2.: Pravděpodobnost úspěchu při jednom pokusu je 0,3. S jakou pravděpodobností lze tvrdit, že počet úspěchů ve 100 pokusech bude v mezích od 20 do 40?

Výsledek: 0,97717

Příklad 3.: Pravděpodobnost, že zakoupený elektrospotřebič bude vyžadovat opravu během záruční doby, je 0,2. Jaká je pravděpodobnost, že během záruční doby bude nutno ze 400 prodaných spotřebičů opravit více než 96?

Výsledek: 0,02275

Příklad 4.: Víme, že v jisté oblasti je 80% domácností vybaveno videem. Vylosujeme 900 domácností (předpokládáme, že počet domácností v dané oblasti je velký, takže nezáleží na tom, zda se vybírá s vrácením nebo bez vrácení). Jaký bude maximální počet vybraných domácností, které vlastní video, a to s pravděpodobností 0,95?

Výsledek: 739

Příklad 5.: Pravděpodobnost narození chlapce je 0,515. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 10 000 novorozenci bude

a) více děvčat než chlapců

b) chlapců od 5 000 do 5 300?

Výsledek: a) 0,00135, b) 0,99730

Příklad 6.: V určité skupině zaměstnanců je 10% s příjmem, který překračuje celostátní průměr. Kolik zaměstnanců z této skupiny je třeba vybrat, aby s pravděpodobností aspoň 0,95 bylo mezi nimi 8% až 12% zaměstnanců s nadprůměrným příjmem?

Výsledek: 865

Příklad 7.: Osobě prohlašující, že má proutkařské schopnosti, předložíme 100 dvojic zakrytých nádob. V každé dvojici je jedna nádoba prázdná a druhá naplněná vodou. Výsledky proutkaře srovnáme s výsledky hypotetické osoby, která pracuje zcela náhodně. Necht' náhodná veličina Y_{100} udává počet úspěšně identifikovaných dvojic nádob. Jaká je pravděpodobnost, že Y_{100} překročí přirozené číslo y , $y = 0, 1, \dots, 100$?

Výsledek: $P(Y > y) = 1 - \Phi\left(\frac{y - 50}{5}\right)$

Příklad 8.: Dodavatel montuje automatickou linku a odběratel je ochoten ji převzít, jestliže počet zmetků mezi prvními 10 000 výrobky nepřesáhne číslo 9. Jak nízké pravděpodobnosti výroby zmetku musí dodavatel dosáhnout, aby linka byla převzata s pravděpodobností aspoň 0,99?

Výsledek: 0,0004