MB101 – Matematika I
PRVNÍ TEST
Sem. sk. 01, 8. 10. 2008

Zadání si ponecháváte. Všechny listy, které budete odevzdávat, *čitelně* podepište. Zároveň uveďte také svoje UČO.

Příklad 1 (2 body). Máme k dispozici 5 lůžkových, 5 jídelních a 36 osobních vagónů. Kolik různých souprav o 5 vagónech lze sestavit, jestliže

(a) přihlížíme k pořadí vagónů;
(b) nezohledňujeme pořadí vagónů?

Příklad 2 (1 bod). V urně je 7 bílých, 7 žlutých a 6 modrých koulí. Vylosujeme (bez vracení) 3 koule. Určete pravděpodobnost, že jsou právě 2 bílé.

Příklad 3 (2 body). V první přepravce je 20 a ve druhé 25 lahví bílého vína. Na lahvích nejsou etikety. V každé z přepravek je 12 lahví tramínu. Nejdříve náhodně vybereme jednu z přepravek a z ní pak vybereme 2 lahve. Nalezněte pravděpodobnost, že v obou vybraných lahvích bude tramín.

Příklad 4 (2 body). Napište definici nezávislosti dvou náhodných jevů.
Hodíme 2 kostkami. Určete podmíněnou pravděpodobnost, že na první kostce padla pětka za podmínky, že padl součet 9. *Na základě tohoto výsledku* rozhodněte o (ne)závislosti jevů „na první kostce padla pětka" a „padl součet 9".

Příklad 5 (1 bod). Test se skládá z 10 otázek. U každé se má vybrat 1 ze 3 variant odpovědi (právě 1 je správná). Jaká je pravděpodobnost, že aspoň polovina otázek byla zodpovězena správně, pokud bylo všech 10 odpovědí vybráno náhodně? Výsledek nevyčíslujte!

Příklad 6 (2 body). Nechť je zcela náhodně rozlomena tyč na tři části. Stanovte pravděpodobnost, že délka druhé (prostřední) části bude větší než dvě třetiny délky tyče před jejím rozlomením.

Příklad 7 (1 bod). Určením determinantu dvojrozměrné matice spočtěte obsah každého rovnoběžníku s vrcholy v bodech $[5,5]$, $[6,8]$ a $[6,9]$.

Příklad 8 (2 body). Uveďte definice injektivního zobrazení a surjektivního zobrazení $f : A \to B$ ($D_f = A$) pro libovolné množiny $A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$. Poté udejte příklad zobrazení $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ($D_g = \mathbb{N}$), které je injektivní a není surjektivní, a zobrazení $h : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ($D_h = \mathbb{N}$), které je surjektivní a není injektivní.

Příklad 9 (2 body). Kdy řekneme o relaci na množině X, že je symetrická, a kdy, že je antisymetrická? Zjistěte, zda je relace

$$R = \{[n,m] \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z};\ |\,n\,| \geq |\,m\,|\}$$

na množině $\mathbb{Z}$ ekvivalencí, resp. uspořádáním.

Hodně štěstí! Pokud je potřebujete...