

MB101 – Matematika I

ČTVRTÝ TEST

Sem. sk. 01, 10. 12. 2008

Zadání si ponecháváte. Všechny listy, které budete odevzdávat, *čitelně* podepište. Zároveň uveďte také svoje UČO.

Příklad 1 (2 body). Nechť je dán vektorový prostor $(V, +, \cdot)$. Napište definici skalárního součinu na V . Pro $V = \mathcal{P}_2$ (tedy ve vektorovém prostoru polynomů stupně nejvýše 2) zaveďte libovolný skalární součin a v tomto prostoru se skalárním součinem vypočtěte úhel mezi vektory x a x^2 .

Příklad 2 (2 body). Body $[0, 1]$, $[1, 1]$, $[2, 3]$, $[5, 5]$ proložte regresní přímkou.

Příklad 3 (2 body). V euklidovském prostoru \mathbb{R}^4 určete vzdálenost v a odchylku φ vektoru $(2, 1, 2, 3)^T$ od podprostoru

$$W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in \mathbb{R}^4; x_4 = 0\}.$$

Příklad 4 (2 body). Sestrojte ortogonální bázi podprostoru

$$\text{Span} \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

euklidovského prostoru \mathbb{R}^4 .

Příklad 5 (3 body). Definujte pojmy „vlastní hodnota“ a „vlastní vektor příslušející této vlastní hodnotě“ pro obecnou (blíže neupřesněnou) reálnou čtvercovou matici A a poté najděte charakteristický polynom $p(\lambda)$, vlastní hodnoty a vlastní vektory matice

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Příklad 6 (1 bod). Ze znalosti stopy a vlastních hodnot $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$ matice

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \\ 4 & 5 & -4 \\ 6 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

získejte její zbývající vlastní hodnotu λ_3 .

Příklad 7 (3 body). Lze vyjádřit matici

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

ve tvaru součinu $B = P^{-1} \cdot D \cdot P$ pro nějakou diagonální matici D a regulární matici P ? Pokud je to možné, uveďte příklad takové dvojice matic D , P a zjistěte, zda takových dvojic existuje více než 5.