

# MB101 – Matematika I

## Dodatečný test

Sem. sk. 01, 17. 12. 2008

**Příklad 1 (5 bodů).** Podle magnetických vlastností dělíme látky na diamagnetické, paramagnetické a feromagnetické. Určete počet všech možných rozdělení 8 látek podle magnetických vlastností, která se liší tím, kolik z nich je diamagnetických, paramagnetických, feromagnetických.

**Příklad 2 (5 bodů).** Dvě osoby se domluvily, že se setkají na určitém místě mezi 12.00 a 16.00. Časy jejich příchodů jsou náhodné. Osoba, která přijde na dané místo první, počká 1 hodinu. Nedočká-li se druhé, odejde. Jaká je pravděpodobnost, že se setkají?

**Příklad 3 (5 bodů).** Vypište všechny relace na dvouprvkové množině  $\{1, 2\}$ , které současně nejsou reflexivní, jsou symetrické a nejsou tranzitivní.

**Příklad 4 (5 bodů).** Vyřešte systém lineárních rovnic

$$\begin{array}{rccccrcr} & & x_2 & & + & x_4 & = & 1, \\ 3x_1 & - & 2x_2 & - & 3x_3 & + & 4x_4 & = & -2, \\ x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 2, \\ x_1 & & & - & x_3 & & & = & 1. \end{array}$$

**Příklad 5 (5 bodů).** Nalezněte inverzní matici k matici

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 6 (5 bodů).** Spočtěte

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 3 \\ -7 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}.$$

**Příklad 7 (5 bodů).** Ve vektorovém prostoru  $\mathbb{R}^3$  najděte matici přechodu od báze  $\underline{u}$  k bázi  $\underline{v}$ , přičemž

$$\underline{u} = ((0, 1, 0)^T, (0, 0, 1)^T, (1, 0, 0)^T), \quad \underline{v} = ((0, 0, 1)^T, (1, 0, 0)^T, (0, 1, 0)^T).$$

**Příklad 8 (5 bodů).** Pro jaké hodnoty parametrů  $a, b \in \mathbb{R}$  jsou vektory

$$(1, 1, 2, 0, 0)^T, \quad (1, -1, 0, 1, a)^T, \quad (1, b, 2, 3, -2)^T$$

v euklidovském prostoru  $\mathbb{R}^5$  po dvou ortogonální?

**Příklad 9 (5 bodů).** Stanovte libovolnou bázi  $\text{Im } A^T$ , je-li

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & -2 & 1 \\ 6 & 0 & 8 & 6 & -6 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 10 (5 bodů).** V euklidovském prostoru  $\mathbb{R}^3$  určete projekci vektoru  $(1, 1, 3)^T$  na podprostor

$$\text{Span} \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

**Příklad 11 (5 bodů).** Uveďte geometrickou násobnost jednotlivých vlastních hodnot matice

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Příklad 12 (5 bodů).** V jisté africké přírodní rezervaci žije konstantní počet  $K$  slonů, kteří volně přecházejí ze severní části rezervace do jižní a opačným směrem. Sloni jsou označeni a pravidelně – každý měsíc – se určuje, ve které části rezervace je který slon. Takto se zjistilo, že 60 % slonů, kteří byli před měsícem v severní části rezervace, je v jižní části a že 30 % slonů, kteří byli před měsícem v jižní části, je v severní. Za předpokladu, že se sloni budou přesně takto přesouvat i nadále, vyjádřete hodnotu (jako podíl  $K$ ), na které se po dostatečně dlouhé době ustálí počet slonů v jižní části.

Hodně štěstí u zkoušky! (Mnozí je budete potřebovat...)