

Vektorové prostory III - ddú

1. Následující zobrazení napište pomocí násobení maticí, tj. ve tvaru $f(x) = A \cdot x$

a) identické zobrazení $\text{id}: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$

b) násobení pevně zvoleným skalárem $a \in \mathbf{R}$ v prostoru \mathbf{R}^3

c) překlopení podle počátku v prostoru \mathbf{R}^3

tip: nejprve nalezněte předpis zobrazení

$$\begin{array}{ccc} / 1 \ 0 \ 0 \ \backslash & / a \ 0 \ 0 \ \backslash & / -1 \ 0 \ 0 \ \backslash \\ [| 0 \ 1 \ 0 | \cdot x ; | 0 \ a \ 0 | \cdot x ; | 0 \ -1 \ 0 | \cdot x] & & \\ \backslash 0 \ 0 \ 1 / & \backslash 0 \ 0 \ a / & \backslash 0 \ 0 \ -1 / \end{array}$$

2. Vektor $x \in \mathbf{R}^3$ má v bázi $\alpha = (u_1, u_2, u_3)$ souřadnice $(x)_\alpha = (1, -3, 2)^T$. Určete jeho souřadnice v bázi $\beta = (v_1, v_2, v_3)$, jestliže

a) $u_1 = 3v_1 + 2v_2 + v_3$, $u_2 = v_2 - 2v_3$, $u_3 = v_1 - v_3$

b) $v_1 = u_1 + u_2 + u_3$, $v_2 = u_2 + u_3$, $v_3 = u_3$

tip: začněte vyjádřením $x = \dots$

$$[(5, -1, 5)^T; (1, -4, 5)^T]$$

3. Najděte předpis lineárního zobrazení $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$, které má v bázích $\alpha = [(1, -1)^T, (1, 1)^T]$, $\beta = [(1, 1, 1)^T, (1, 1, 0)^T, (1, 0, 0)^T]$ matici

$$(f)_{\beta\alpha} = \begin{array}{c} / 1 \ 0 \ \backslash \\ | -1 \ 2 \ | \\ \backslash 3 \ -1 \ / \end{array}$$

tip: předpis získejte pomocí matice $(f)_{ee}$

4. Ve vektorovém prostoru $\mathbf{R}_3[x]$ jsou dány báze $\alpha = (1, x, x^2, x^3)$, $\beta = (1+x^2, 1-x^2, x+x^3, x-x^3)$. Najděte matice přechodu od báze α k bázi β i od báze β k bázi α .