Vektorové prostory III - ddú

1. Následující zobrazení napište pomocí násobení maticí, tj. ve tvaru f(x) = A.x
a) identické zobrazení id: $\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$
b) násobení pevně zvoleným skalárem $a \in \mathbf{R}$ v prostoru $\mathbf{R}^3$
c) překlopení podle počátku v prostoru $\mathbf{R}^3$
tip: nejprve nalezněte předpis zobrazení

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.x \,;\, \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}.x \,;\, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.x \right]$$

2. Vektor $x \in \mathbf{R}^3$ má v bázi $\alpha = (u_1, u_2, u_3)$ souřadnice $(x)_\alpha = (1,-3,2)^T$. Určete jeho souřadnice v bázi $\beta = (v_1, v_2, v_3)$, jestliže
a) $u_1 = 3v_1 + 2v_2 + v_3$, $u_2 = v_2 - 2v_3$, $u_3 = v_1 - v_3$
b) $v_1 = u_1 + u_2 + u_3$, $v_2 = u_2 + u_3$, $v_3 = u_3$
tip: začněte vyjádřením x = …

$$[(5,-1,5)^T; (1,-4,5)^T]$$

3. Najděte předpis lineárního zobrazení $f: \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$, které má v bázích $\alpha = [(1,-1)^T, (1,1)^T]$, $\beta = [(1,1,1)^T, (1,1,0)^T, (1,0,0)^T]$ matici

$$(f)_{\beta\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

tip: předpis získejte pomocí matice $(f)_{\varepsilon\varepsilon}$

4. Ve vektorovém prostoru $\mathbf{R}_3[x]$ jsou dány báze $\alpha = (1,x,x^2,x^3)$, $\beta = (1+x^2,1-x^2,x+x^3,x-x^3)$. Najděte matice přechodu od báze α k bázi β i od báze β k bázi α.