

MB101\ 10 – IV. zápočtová písemka

skupina C

Na vypracování písemky máte 50 minut. Vždy si pořádně přečtete zadání příkladu! Svůj postup řádně komentujte. **Neopisujte!**

1. Pomocí Grammova–Schmidtova procesu nalezněte nějakou ortonormální bázi podprostoru

$$W = \text{Span}\langle(1, -1, 0, -1), (2, -1, 0, 0), (0, -1, -1, -1)\rangle.$$

Pomocí nalezené báze pak vypočítejte kolmou projekci vektoru $u = (2, 1, -1, -2)$ na podprostor W . (10 bodů)

2. Nalezněte vlastní čísla matice A a najděte nějaké báze příslušných vlastních prostorů. Ke každému vlastnímu číslu určete jeho algebraickou a geometrickou násobnost. Určete, zda je matice A podobná nějaké diagonální matici D , tj. zda existuje regulární matice P tak, že $A = PDP^{-1}$. Pokud ano, určete matice D a P (matici P^{-1} nemusíte počítat).

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -3 \\ 3 & 5 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(10 bodů)

MB101\ 10 – IV. zápočtová písemka

skupina D

Na vypracování písemky máte 50 minut. Vždy si pořádně přečtete zadání příkladu! Svůj postup řádně komentujte. **Neopisujte!**

1. Pomocí Grammova–Schmidtova procesu nalezněte nějakou ortonormální bázi podprostoru

$$W = \text{Span}\langle(0, -1, 0, 1), (2, 0, 1, -1), (1, 1, 1, -1)\rangle.$$

Pomocí nalezené báze pak vypočítejte kolmou projekci vektoru $u = (0, 1, 1, 1)$ na podprostor W . (10 bodů)

2. Nalezněte vlastní čísla matice A a najděte nějaké báze příslušných vlastních prostorů. Ke každému vlastnímu číslu určete jeho algebraickou a geometrickou násobnost. Určete, zda je matice A podobná nějaké diagonální matici D , tj. zda existuje regulární matice P tak, že $A = PDP^{-1}$. Pokud ano, určete matice D a P (matici P^{-1} nemusíte počítat).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -3 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(10 bodů)