

# MB101\ 11 – I. zápočtová písemka

skupina A

Na vypracování písemky máte 50 minut. Vždy si pořádně přečtete zadání příkladu! Svůj postup řádně komentujte. **Neopisujte!**

1. Ze zásilkového obchodu potřebují odeslat jednomu zákazníkovi 12 různých, zhruba stejně velkých knížek. Mají k dispozici 3 krabice: do první se vejde 6 knížek, do druhé 4 knížky a do třetí 2 knížky. Kolika způsoby lze rozdělit knížky do krabic? (3 body)
2. Mezi 5 lidí chceme rozdělit 4 tvarohové a 7 ořechových koláčů.
  - a) Kolika způsoby to lze udělat, jestliže na výběr neklademe žádné podmínky? (2 body)
  - b) Kolika způsoby lze rozdělení provést, jestliže každý musí dostat alespoň 1 ořechový koláč? (2 body)
3. Ze standardního balíčku 52 karet (4 barvy po 13 kartách) naráz náhodně vybereme 4 karty. Jaká je pravděpodobnost:
  - a) že je mezi nimi nejvýše 1 eso, (2 body)
  - b) že jsou všechny 4 karty stejné barvy? (2 body)
4. Máme tři krabice. V první krabici se nachází 8 funkčních a 2 nefunkční součástky, ve druhé krabici 10 funkčních a jedna nefunkční součástka a ve třetí krabici 3 funkční a 3 nefunkční součástky. Náhodně si vybereme jednu krabici a z ní náhodně vybereme součástku. Jaká je pravděpodobnost, že tato součástka bude funkční? (3 body)
5. Pomocí determinantu vypočtete obsah trojúhelníku určeného body  $[-1, 0]$ ,  $[2, 5]$ ,  $[3, -2]$ . (2 body)
6. Na množině všech reálných čísel bez nuly  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  máme definovanu relaci  $\sim$  předpisem

$$a \sim b \Leftrightarrow a \cdot b > 0.$$

Rozhodněte a dokažte, zda je tato relace reflexivní, symetrická, tranzitivní či antisymetrická. (Tzn. je-li vaše odpověď pro danou vlastnost *ano*, uveďte důkaz, v opačném případě uveďte protipříklad.) (4 body)

# MB101\ 11 – I. zápočtová písemka

skupina B

Na vypracování písemky máte 50 minut. Vždy si pořádně přečtete zadání příkladu! Svůj postup řádně komentujte. **Neopisujte!**

1. Skupinka 14 lidí vyrazila na výlet. Na dopravu mají k dispozici 3 různá auta: jedno z nich uveze 6 pasažérů, další dvě uvezou každé po 4 pasažérech. Kolika způsoby je možné rozdělit cestující do jednotlivých aut? (Nebereme ohled na místo, na kterém v autě daný pasažér sedí.) (3 body)
2. V pekárně prodávají 5 druhů koblih, jeden tento druh tvoří koblíhy s marmeládovou náplní. Chceme si koupit 6 koblih.
  - a) Kolika způsoby to lze udělat, jestliže si neklademe žádné podmínky? (2 body)
  - b) Kolika způsoby lze nákup provést, jestliže si chceme koupit alespoň 2 koblíhy s marmeládou? (2 body)
3. V urně je 6 koulí očíslovaných čísly 1 až 6. Postupně z urny vytáhneme 3 koule a zapíšeme si jejich čísla. Určete pravděpodobnost, že součet těchto čísel je 10, jestliže:
  - a) každou kouli po vytažení a zapsání čísla ihned vrátíme do urny, (2 body)
  - b) koule do urny nevracíme. (2 body)
4. V osudí máme 5 bílých, 3 červené a 7 zelených kuliček. Nejprve z osudí náhodně vybereme jednu kuličku a odložíme ji. Poté z osudí náhodně vybereme další kuličku. Jaká je pravděpodobnost, že tato druhá kulička bude zelená? (3 body)
5. Pomocí determinantu vypočtete obsah trojúhelníku určeného body  $[1, 0]$ ,  $[-2, 4]$ ,  $[-3, -3]$ . (2 body)
6. Na množině všech přirozených čísel  $\mathbb{N}$  máme definovanu relaci  $\sim$  předpisem

$$a \sim b \Leftrightarrow a \cdot b \text{ je sudé číslo.}$$

Rozhodněte a dokažte, zda je tato relace reflexivní, symetrická, tranzitivní či antisymetrická. (Tzn. je-li vaše odpověď pro danou vlastnost *ano*, uveďte důkaz, v opačném případě uveďte protipříklad.) (4 body)