

## MB101\ 11 – doplňující písemka

1. Na první míse je 12 tvarohových koláčů a 8 ořechových koláčů. Na druhé míse je 13 tvarohových koláčů a 12 ořechových koláčů. Hostitelka náhodně vezme jednu mísu, postaví ji před Vás a vybídne Vás, abyste ochutnali. Pohledem nepoznáte, jakou náplň má který koláč. Určete pravděpodobnost, že první koláč, který ochutnáte, bude ořechový.
2. Je dána matice  $A$ . Vypočtěte její adjungovanou matici  $A^*$  a pomocí ní pak vypočtěte inverzní matici  $A^{-1}$  k matici  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Ve vektorovém prostoru  $\mathbb{R}_3[x]$  polynomů nejvýše třetího stupně s reálnými koeficienty máme báze

$$\alpha = [1, x, x^2, x^3]$$

a

$$\beta = [1 + x, 1 - x, x^2 + x^3, x^2 - x^3].$$

Určete matice přechodu od báze  $\alpha$  k bázi  $\beta$  a od báze  $\beta$  k bázi  $\alpha$ .

4. Nalezněte vlastní čísla matice  $A$ , určete jejich algebraickou a geometrickou násobnost a najděte nějaké báze příslušných vlastních prostorů. Zjistěte, zda je matice  $A$  podobná nějaké diagonální matici. Pokud ano, určete matici  $P$  takovou, že  $A = PDP^{-1}$ , kde  $D$  je ona diagonální matice.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

(Každý příklad je za 5 bodů.)

## MB101\ 11 – doplňující písemka

1. Na první míse je 12 tvarohových koláčů a 8 ořechových koláčů. Na druhé míse je 13 tvarohových koláčů a 12 ořechových koláčů. Hostitelka náhodně vezme jednu mísu, postaví ji před Vás a vybídne Vás, abyste ochutnali. Pohledem nepoznáte, jakou náplň má který koláč. Určete pravděpodobnost, že první koláč, který ochutnáte, bude ořechový.
2. Je dána matice  $A$ . Vypočtete její adjungovanou matici  $A^*$  a pomocí ní pak vypočtete inverzní matici  $A^{-1}$  k matici  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Ve vektorovém prostoru  $\mathbb{R}_3[x]$  polynomů nejvýše třetího stupně s reálnými koeficienty máme báze

$$\alpha = [1, x, x^2, x^3]$$

a

$$\beta = [1 + x, 1 - x, x^2 + x^3, x^2 - x^3].$$

Určete matice přechodu od báze  $\alpha$  k bázi  $\beta$  a od báze  $\beta$  k bázi  $\alpha$ .

4. Nalezněte vlastní čísla matice  $A$ , určete jejich algebraickou a geometrickou násobnost a najděte nějaké báze příslušných vlastních prostorů. Zjistěte, zda je matice  $A$  podobná nějaké diagonální matici. Pokud ano, určete matici  $P$  takovou, že  $A = PDP^{-1}$ , kde  $D$  je ona diagonální matice.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

(Každý příklad je za 5 bodů.)