

# Demonstrováné cvičení - Matematika II

Petr Hasil

hasil@math.muni.cz

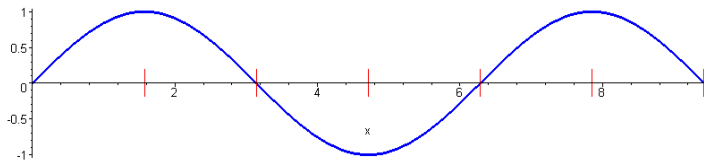
Podzimní semestr 2008

# Opakování

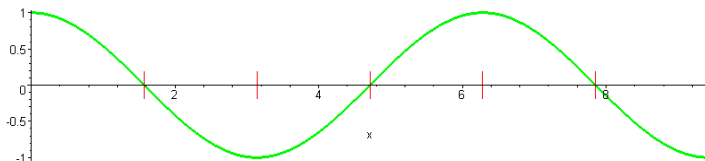
*(Goniometrické, cyklometrické, exponenciální a logaritmické funkce)*

&

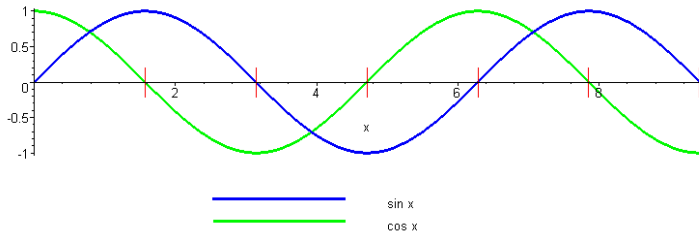
# Polynomy a interpolace



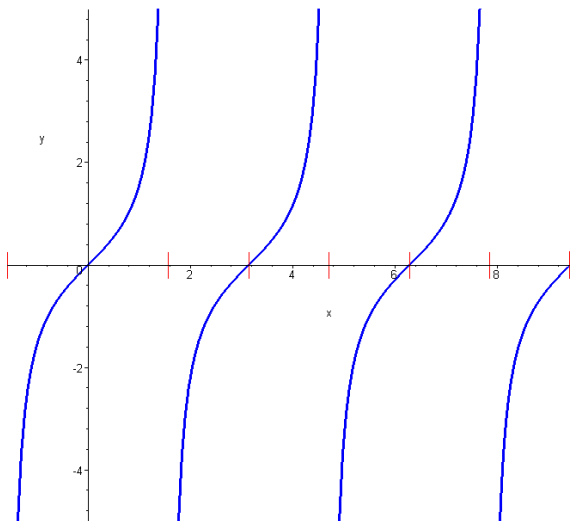
Obrázek: Funkce sinus



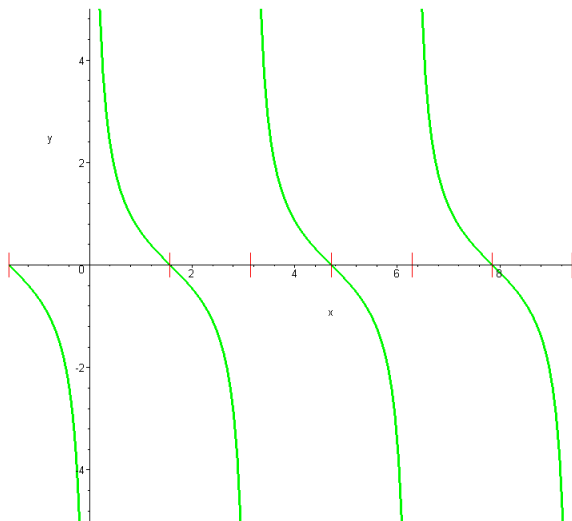
Obrázek: Funkce kosinus



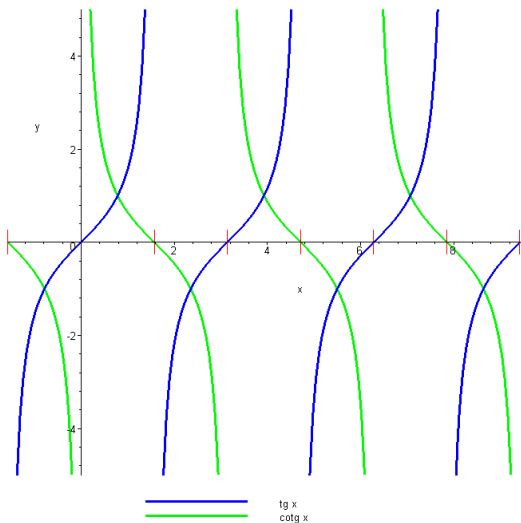
Obrázek: Funkce sinus a kosinus



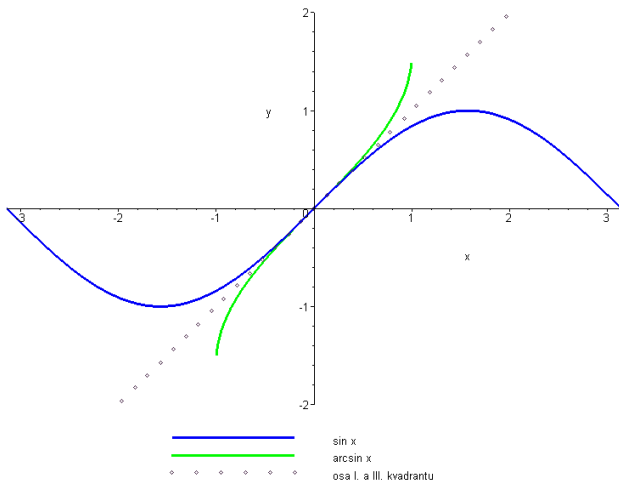
Obrázek: Funkce tangens



Obrázek: Funkce kotangens



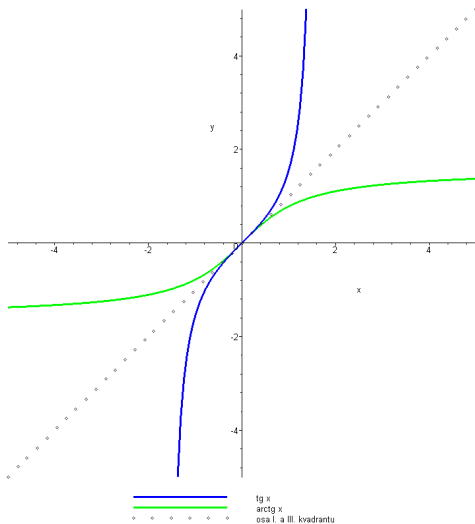
Obrázek: Funkce tangens a kotangens



Obrázek: Funkce arkussinus

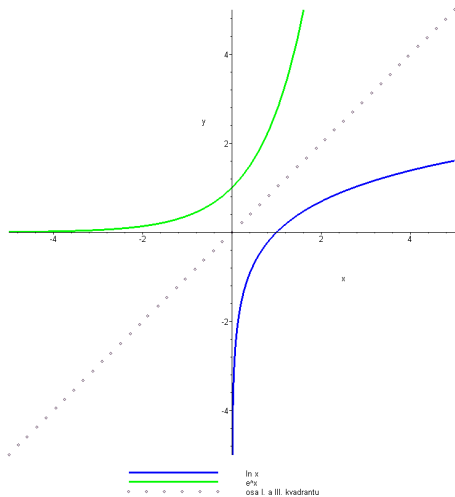




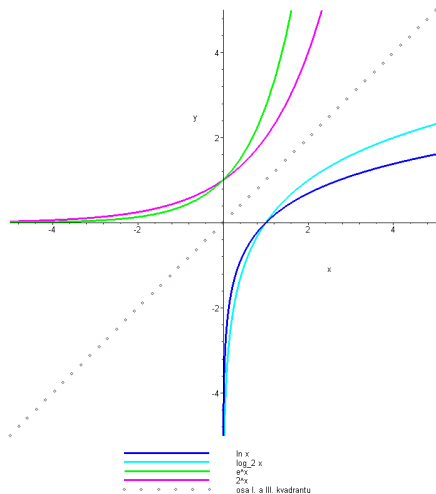


Obrázek: Funkce arkustangens

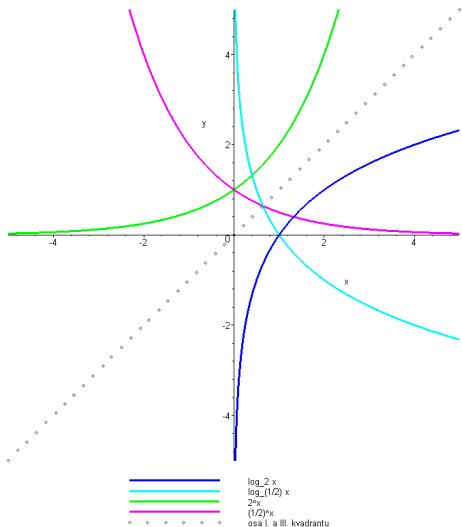




Obrázek: Funkce  $e^x$  a  $\ln x$



Obrázek: Logaritmické a exponenciální funkce



Obrázek: Logaritmické a exponenciální funkce

## Příklad 1.1

Sestrojte Lagrangeův interpolační polynom, je-li dáno:

|          |   |   |    |     |
|----------|---|---|----|-----|
| $x_i$    | 0 | 1 | 2  | 5   |
| $f(x_i)$ | 2 | 3 | 12 | 147 |

Řešení

$$P(x) = x^3 + x^2 - x + 2.$$

## Příklad 1.1

Sestrojte Lagrangeův interpolační polynom, je-li dáno:

|          |   |   |    |     |
|----------|---|---|----|-----|
| $x_i$    | 0 | 1 | 2  | 5   |
| $f(x_i)$ | 2 | 3 | 12 | 147 |

## Řešení

$$P(x) = x^3 + x^2 - x + 2.$$



## Příklad 1.2

Sestrojte Lagrangeův interpolační polynom pro funkci  $f(x) = x + \sin x$  v uzlech  $x_0 = 9$ ,  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4,5$ ,  $x_3 = 10$ ,  $x_4 = 5,5$  a  $x_5 = 12,5$ .

*Počítejte s pomocí počítače – viz přílohu.*

## Řešení

$$P(x) = 0,00166192229x^5 - 0,0513743551x^4 + 0,545203518x^3 - 2,21991775x^2 + 3,09117021x + 2,88384950.$$

## Příklad 1.2

Sestrojte Lagrangeův interpolační polynom pro funkci  $f(x) = x + \sin x$  v uzlech  $x_0 = 9$ ,  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4,5$ ,  $x_3 = 10$ ,  $x_4 = 5,5$  a  $x_5 = 12,5$ .

Počítejte s pomocí počítače – viz *přílohu*.

## Řešení

$$P(x) = 0,00166192229x^5 - 0,0513743551x^4 + 0,545203518x^3 - 2,21991775x^2 + 3,09117021x + 2,88384950.$$

## Příklad 1.2

Sestrojte Lagrangeův interpolační polynom pro funkci  $f(x) = x + \sin x$  v uzlech  $x_0 = 9$ ,  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4,5$ ,  $x_3 = 10$ ,  $x_4 = 5,5$  a  $x_5 = 12,5$ .

Počítejte s pomocí počítače – viz *přílohu*.

## Řešení

$$P(x) = 0,00166192229x^5 - 0,0513743551x^4 + 0,545203518x^3 - 2,21991775x^2 + 3,09117021x + 2,88384950.$$

### Příklad 1.3

Najděte Hermitův interpolační polynom funkce dané tabulkou

|           |   |    |   |
|-----------|---|----|---|
| $x_i$     | 0 | 1  | 4 |
| $f(x_i)$  | 2 | 5  | 1 |
| $f'(x_i)$ | 1 | -1 | 2 |

*Pomocné výpočty na počítači – příloha.*

Řešení

$$P(x) = -\frac{407}{864}x^5 + \frac{329}{72}x^4 - \frac{3953}{288}x^3 + \frac{5023}{432}x^2 + x + 2.$$

### Příklad 1.3

Najděte Hermitův interpolační polynom funkce dané tabulkou

|           |   |    |   |
|-----------|---|----|---|
| $x_i$     | 0 | 1  | 4 |
| $f(x_i)$  | 2 | 5  | 1 |
| $f'(x_i)$ | 1 | -1 | 2 |

*Pomocné výpočty na počítači – příloha.*

Řešení

$$P(x) = -\frac{407}{864}x^5 + \frac{329}{72}x^4 - \frac{3953}{288}x^3 + \frac{5023}{432}x^2 + x + 2.$$

### Příklad 1.3

Najděte Hermitův interpolační polynom funkce dané tabulkou

|           |   |    |   |
|-----------|---|----|---|
| $x_i$     | 0 | 1  | 4 |
| $f(x_i)$  | 2 | 5  | 1 |
| $f'(x_i)$ | 1 | -1 | 2 |

*Pomocné výpočty na počítači – příloha.*

### Řešení

$$P(x) = -\frac{407}{864}x^5 + \frac{329}{72}x^4 - \frac{3953}{288}x^3 + \frac{5023}{432}x^2 + x + 2.$$

## Příklad 1.4

Sestrojte přirozený kubický interpolační splajn pro funkci  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  na intervalu  $[0, 3]$ . Za uzly zvolte body  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$  a  $x_2 = 3$ .

*Řešení a obrázky – příloha.*

Řešení

$$S_0(x) = 1 - \frac{11}{20}x + \frac{1}{20}x^3,$$

$$S_1(x) = \frac{43}{40} - \frac{31}{40}x + \frac{9}{40}x^2 - \frac{1}{40}x^3.$$

## Příklad 1.4

Sestrojte přirozený kubický interpolační splajn pro funkci  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  na intervalu  $[0, 3]$ . Za uzly zvolte body  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$  a  $x_2 = 3$ .

Řešení a obrázky – příloha.

Řešení

$$S_0(x) = 1 - \frac{11}{20}x + \frac{1}{20}x^3,$$

$$S_1(x) = \frac{43}{40} - \frac{31}{40}x + \frac{9}{40}x^2 - \frac{1}{40}x^3.$$



## Příklad 1.4

Sestrojte přirozený kubický interpolační splajn pro funkci  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  na intervalu  $[0, 3]$ . Za uzly zvolte body  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$  a  $x_2 = 3$ .

Řešení a obrázky – *příloha*.

Řešení

$$S_0(x) = 1 - \frac{11}{20}x + \frac{1}{20}x^3,$$

$$S_1(x) = \frac{43}{40} - \frac{31}{40}x + \frac{9}{40}x^2 - \frac{1}{40}x^3.$$

## Příklad 1.5

Rozložte následující racionální lomené výrazy na součet parciálních zlomků:

$$(i) \frac{2x^5 + 5x^3 - x^2 + 2x - 1}{x^6 + 2x^4 + x^2},$$

$$(ii) \frac{2x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 10x - 3}{x^4 - x^3 - x + 1}.$$

## Řešení

Proveďte kontrolu součtem parciálních zlomků.

## Příklad 1.5

Rozložte následující racionální lomené výrazy na součet parciálních zlomků:

$$(i) \frac{2x^5 + 5x^3 - x^2 + 2x - 1}{x^6 + 2x^4 + x^2},$$

$$(ii) \frac{2x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 10x - 3}{x^4 - x^3 - x + 1}.$$

## Řešení

Proveďte kontrolu součtem parciálních zlomků.