

# Demonstrováné cvičení - Matematika II

Petr Hasil

hasil@math.muni.cz

Podzimní semestr 2008

# Diferenciální počet

## Příklad 4.1

Určete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^{100}}.$$

Řešení

0.

## Příklad 4.1

Určete limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^{100}}.$$

Řešení

0.

## Příklad 4.2

Najděte obecnou rovnici tečny ke grafu funkce (dané implicitně)

$$y \log_2 x + \sin y = 0$$

v bodě  $[x_0, y_0] = [1, ?]$ , kde  $y_0 \in [1/2, 7/2]$ .

Řešení

$$y = \frac{\pi}{\ln 2} x + \pi - \frac{\pi}{\ln 2}.$$

## Příklad 4.2

Najděte obecnou rovnici tečny ke grafu funkce (dané implicitně)

$$y \log_2 x + \sin y = 0$$

v bodě  $[x_0, y_0] = [1, ?]$ , kde  $y_0 \in [1/2, 7/2]$ .

## Řešení

$$y = \frac{\pi}{\ln 2} x + \pi - \frac{\pi}{\ln 2}.$$

### Příklad 4.3

Je dána funkce

$$f(x) = x^2 e^{-x}.$$

Vyšetřete její průběh – tj. určete:

- (1) definiční obor (a obor hodnot),
- (2) sudost/lichost,
- (3) průsečíky s osami  $x$ ,  $y$ ,
- (4) kde je funkce kladná/záporná,
- (5) intervaly monotonie,
- (6) konvexnost/konkávnost,
- (7) lokální extrémů a inflexní body,
- (8) asymptoty se směrnicí/bez směrnice,
- (9) načrtněte graf.

Řešení

Viz přílohu.

### Příklad 4.3

Je dána funkce

$$f(x) = x^2 e^{-x}.$$

Vyšetřete její průběh – tj. určete:

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| (1) definiční obor (a obor hodnot), | (6) konvexnost/konkávnost,              |
| (2) sudost/lichost,                 | (7) lokální extrémy a inflexní body,    |
| (3) průsečíky s osami $x$ , $y$ ,   | (8) asymptoty se směrnicí/bez směrnice, |
| (4) kde je funkce kladná/záporná,   | (9) načrtněte graf.                     |
| (5) intervaly monotonie,            |   |

### Řešení

Viz přílohu.



## Příklad 4.4

Vyšetřete průběhy funkcí:

(i)

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1},$$

(ii)

$$g(x) = -\frac{x^2}{x + 1},$$

(iii)

$$h(x) = \frac{1}{x} + \ln x.$$

Řešení

Viz přílohu.

## Příklad 4.4

Vyšetřete průběhy funkcí:

(i)

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 1},$$

(ii)

$$g(x) = -\frac{x^2}{x + 1},$$

(iii)

$$h(x) = \frac{1}{x} + \ln x.$$

Řešení

Viz přílohu.