

Hodnocení:

Bonus	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ
0							

Potřebné minimum (včetně bonusu) je **15 bodů**.
Na práci máte cca 100 minut.

1. (5 bodů) Do rovnoramenného trojúhelníku o základně z a jí příslušné výšce v vepište obdélník s největším obsahem tak, aby jedna z jeho stran ležela na základně trojúhelníku. Určete obsah vepsaného obdélníku a podíl tohoto obsahu na obsahu trojúhelníku.

2. (3 body) Určete obor konvergence řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n^2}.$$

3. (5 bodů) Vypočtěte

$$\int \frac{3x+5}{x^2+4x+8} dx$$

(Uveďte podrobný postup, zejména nestačí výsledek pouze vyčíst z cheatu).

4. (6 bodů) Určete, v jakém poměru dělí křivka o rovnici $y^2 = 3x - 1$ plochu kruhu $x^2 + y^2 = 3$.

5. (4 body) Vypočtěte

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \operatorname{tg} x.$$

6. (7 bodů) Vyšetřete průběh funkce $f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$. Tj. určete:

- (a) Definiční obor.
- (b) Sudost, lichost, periodičnost.
- (c) Body nespojitosti a jejich druh.
- (d) Nulové body.
- (e) Kladnost, zápornost.
- (f) Intervaly monotonie, lokální extrémů a jejich typ, obor hodnot.
- (g) Konvexnost, konkávnost, inflexní body.
- (h) Asymptoty (se směrnici i bez směrnice).
- (i) Načrtněte graf.

Hodnocení:

Bonus	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ
0							

Potřebné minimum (včetně bonusu) je **15 bodů**.
Na práci máte cca 100 minut.

- (5 bodů) Na parabole o rovnici $y = x^2$ najděte bod, který je nejbližší bodu $[1, 2]$.
- (5 bodů) Najděte primitivní funkci k funkci

$$f(x) = \frac{5 \ln x}{x(\ln^3 x + \ln^2 x - 2)}.$$

(Uveďte podrobný postup, zejména nestačí výsledek pouze vyčíst z cheatu).

- (4 body) Určete součet řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{2}{3^n} \right)$$

- (5 bodů) Určete délku grafu funkce $\ln \cos(x)$ na intervalu $[0, \frac{\pi}{3}]$.
- (4 body) Vypočtete

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}.$$

- (7 bodů) Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - x^3}$. Tj. určete:

- Definiční obor.
- Sudost, lichost, periodičnost.
- Body nespojitosti a jejich druh.
- Nulové body.
- Kladnost, zápornost.
- Intervaly monotonie, lokální extrémů a jejich typ, obor hodnot.
- Konvexnost, konkávnost, inflexní body.
- Asymptoty (se směrnici i bez směrnice).
- Načrtněte graf.