

Hodnocení:

Bonus	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ
0							

Potřebné minimum (včetně bonusu) je **15 bodů**.
Na práci máte cca 100 minut.

1. (7 bodů) Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \ln \cos x$. Tj. určete:

- (a) Definiční obor.
- (b) Sudost, lichost, periodičnost.
- (c) Body nespojitosti a jejich druh.
- (d) Nulové body.
- (e) Kladnost, zápornost.
- (f) Intervaly monotonie, lokální extrémy a jejich typ, obor hodnot.
- (g) Konvexnost, konkávnost, inflexní body.
- (h) Asymptoty (se směrnici i bez směrnice).
- (i) Načrtněte graf.

2. (7 bodů) Určete délku křivky zadané na intervalu $t \in [\sqrt[4]{3}, \sqrt[4]{8}]$ parametricky předpisem

$$\begin{aligned}x &= \ln t \\ y &= \frac{t^2}{2}\end{aligned}$$

3. (6 bodů) Mezi pravouhlými trojúhelníky s délkami odvěsen a, b a přepony c , splňujícími $a + c = K$, kde K je daná konstanta, určete ten s největším obsahem a charakterizujte jej pomocí velikosti vnitřních úhlů. Nezapomeňte na zdůvodnění maximality.

4. (6 bodů) Podrobně (tj. nestačí výsledek opsat z *cheatu*, a to ani v dílčím případě) vypočtěte následující integrály:

- (a) $\int_0^1 \ln x \, dx$,
- (b) $\int_2^\infty \frac{dx}{x^2+x-2}$.

5. (4 body) Pro funkci $f(x) = -x^2 + 3x + 7$ na intervalu $[0, 5]$ vypočtěte:

- (a) horní a dolní součet pro dělicí body $\{2, 3, 4\}$,
- (b) Riemannův integrál.

Hodnocení:

Bonus	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ
0							

Potřebné minimum (včetně bonusu) je **15 bodů**.

Na práci máte cca 100 minut.

1. (5 bodů) Řešte diferenciální rovnici

$$y' = xe^{-x^2} - 2xy$$

(nezapomínejte na konstanty).

2. (6 bodů)

- (a) Vypočtěte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}{e^n}.$$

- (b) Určete obor konvergence mocninné řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$$

(včetně chování v hraničních bodech).

3. (7 bodů) Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$. Tj. určete:

- (a) Definiční obor.
- (b) Sudost, lichost, periodičnost.
- (c) Body nespojitosti a jejich druh.
- (d) Nulové body.
- (e) Kladnost, zápornost.
- (f) Intervaly monotonie, lokální extrémů a jejich typ, obor hodnot.
- (g) Konvexnost, konkávnost, inflexní body.
- (h) Asymptoty (se směrnici i bez směrnice).
- (i) Načrtněte graf.

4. (6 bodů) Vypočtěte objem těles, která jsou ohraničena plochami, vzniklými rotací křivek $y = 2x - x^2$ a $y = 0$:

- (a) kolem osy x ,
- (b) kolem osy y .

5. (6 bodů) Do elipsy s rovnicí $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$ jsou délky poloos) vepište obdélník, jehož strany jsou rovnoběžné s osami elipsy a který má maximální obsah (nezapomeňte na zdůvodnění maximality).