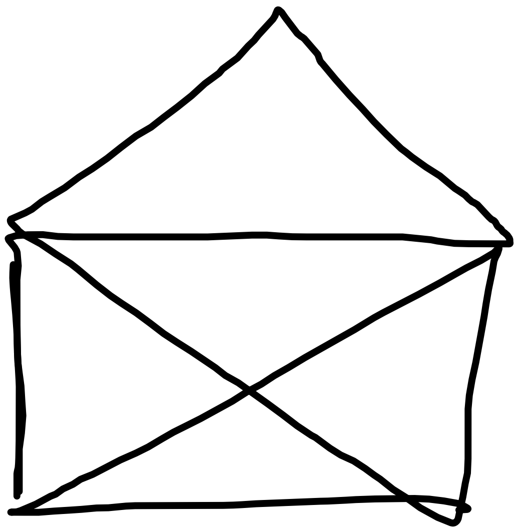
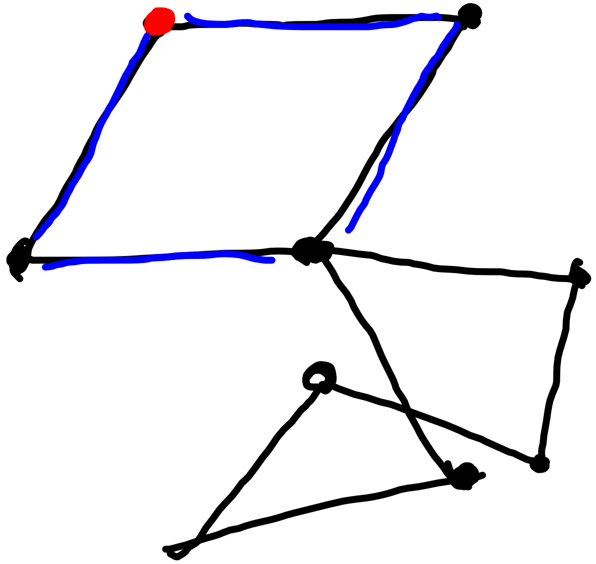
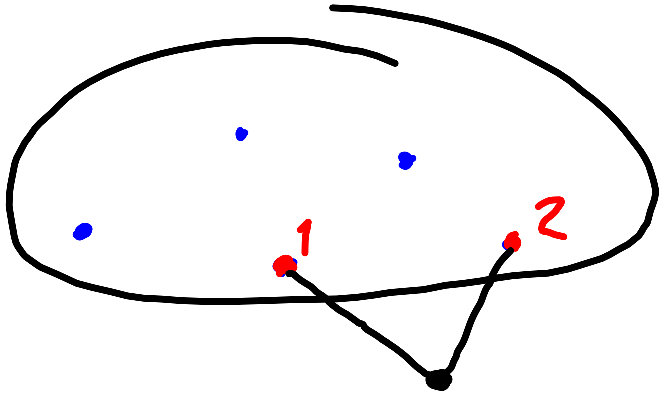
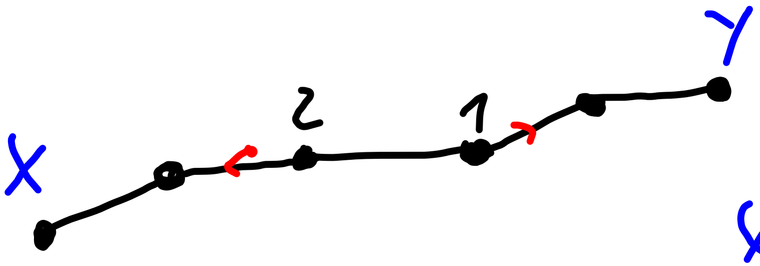




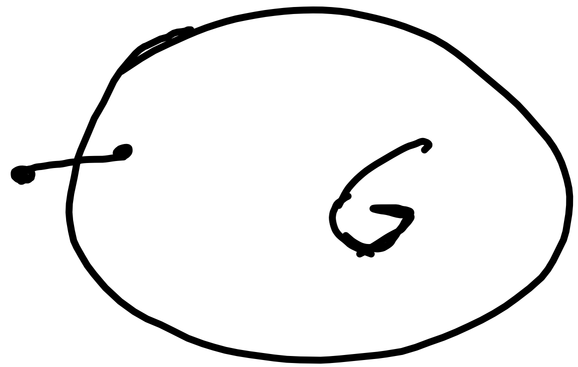

1
2

Les je graf, který neobsahuje žádnou kružnici.

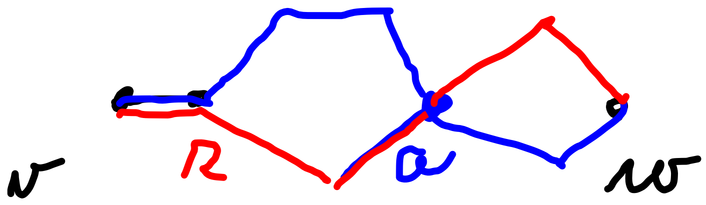
Strom je konečný souvislý les.



X ≠ Y

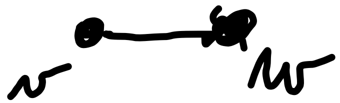


"1 ⇒ 2" Nechť G je strom a $v, w \in G$. Pak protože G je souvislý, tak existuje cesta z v do w. Kdyby existovaly 2 cesty, tak nechť r je ~~první~~ poslední vrchol od v, ve kterém se cesty shodují a nechť a je první vrchol

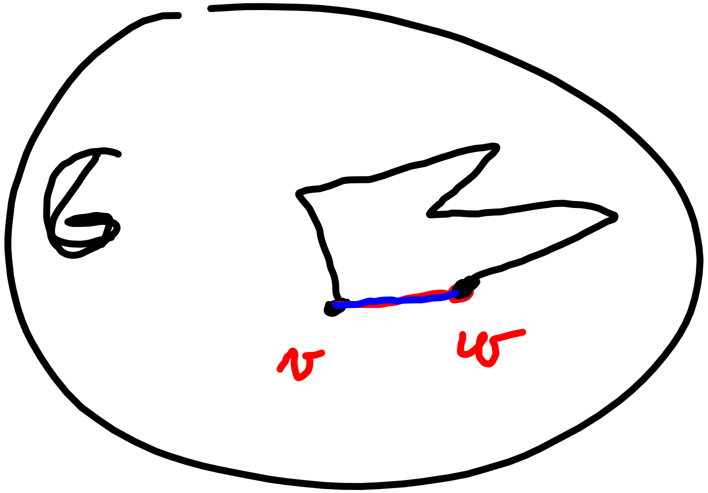


po r, ve kterém se byly dvě cesty shodují.

"2 ⇒ 3"



"3 ⇒ 4"



"4 ⇒ 1"

"1 ⇒ 5"

Indukcí vzhledem k počtu vrcholů:

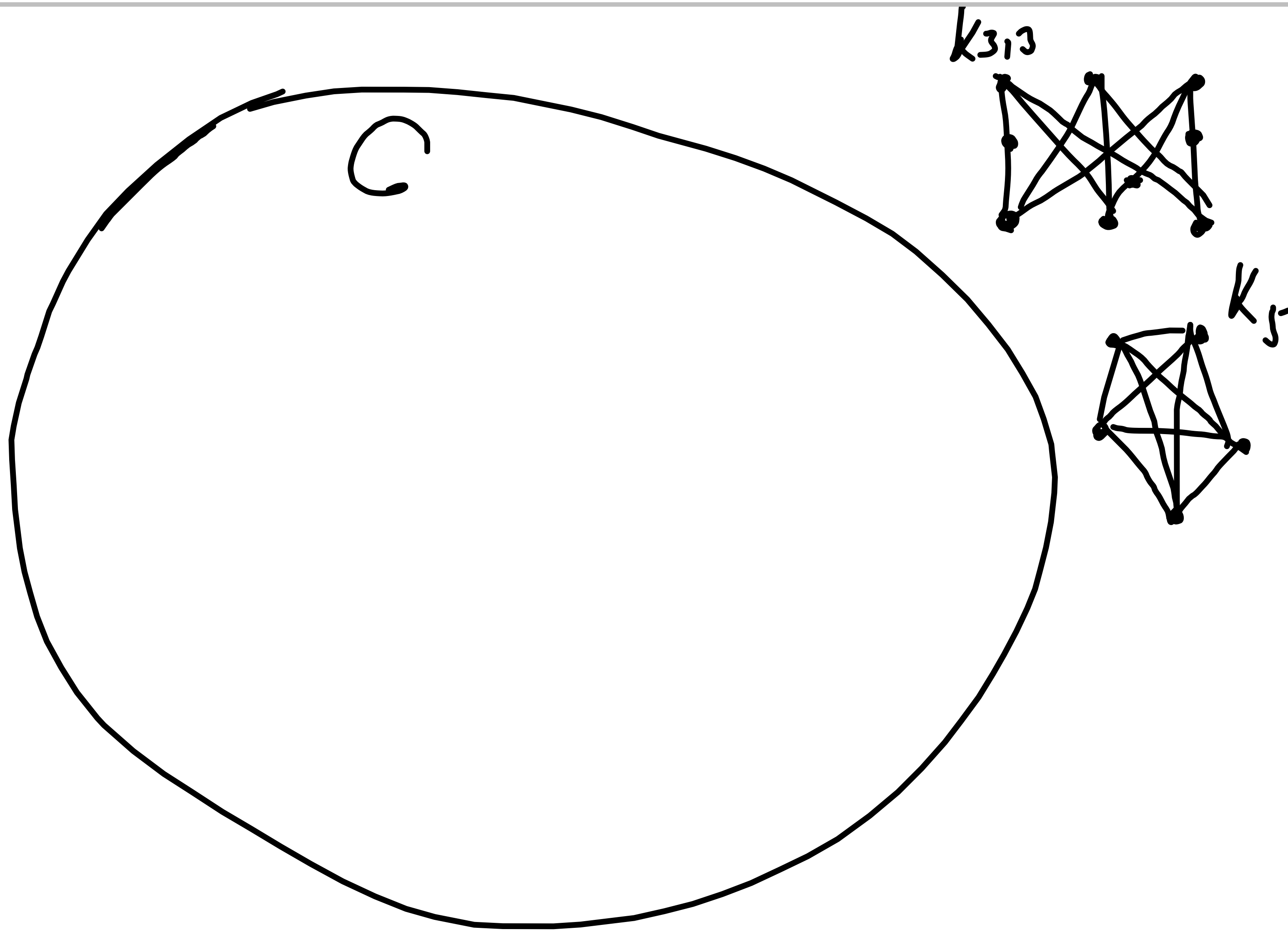
i) $n = 2$ ✓

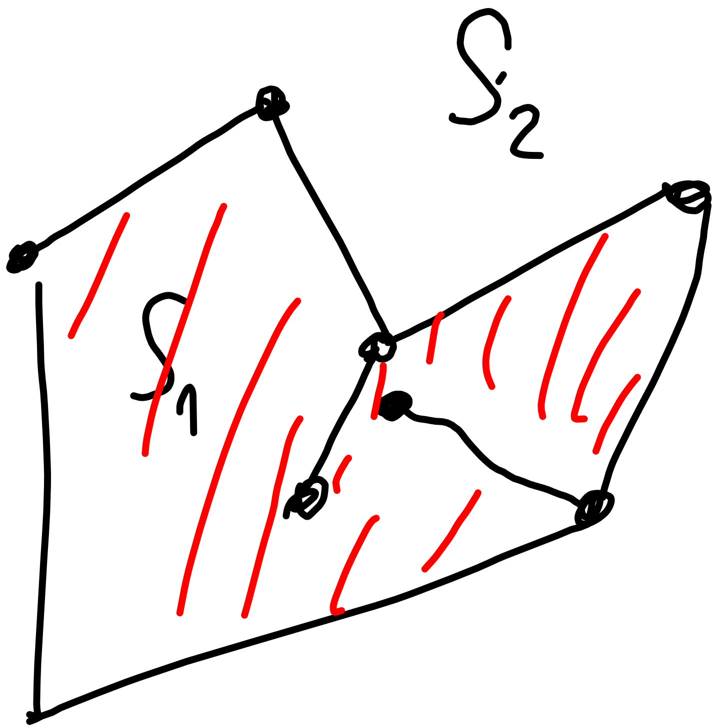
ii) nechť libovolný strom o n vrcholech splňuje $|V| = |E| + 1$. Nechť je dán strom o $n+1$ vrcholech.

Odebráním jednoho listu a hrany z něj vedoucí vznikne strom o n vrcholech a $|E|-1$ hranách, ale pro něj již platí

$$n = (|E|-1) + 1 \Rightarrow n = |E| \Leftrightarrow |V| = n+1 = |E|+1$$

„$5 \Rightarrow 1$"


C
$K_{3,3}$
K_5


S_1
S_2

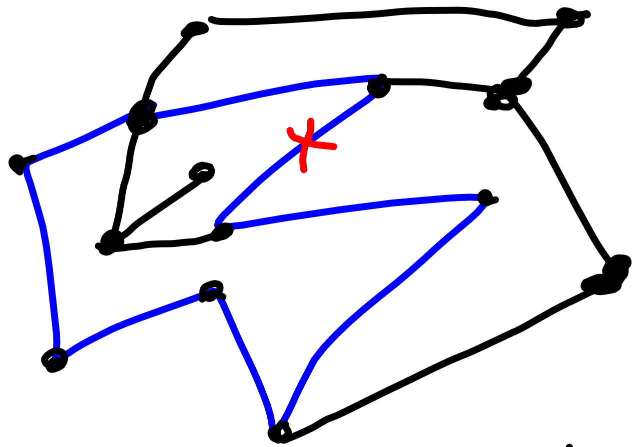
$$|V| = |E| + 1$$

$$|V| - |E| + \underset{\overset{\shortparallel}{1}}{|S|} = 2$$

Důkaz. Indukcí vzhledem k počtu oblastí.

i) $|S| = 1$, G je strom $\Rightarrow$ ✓

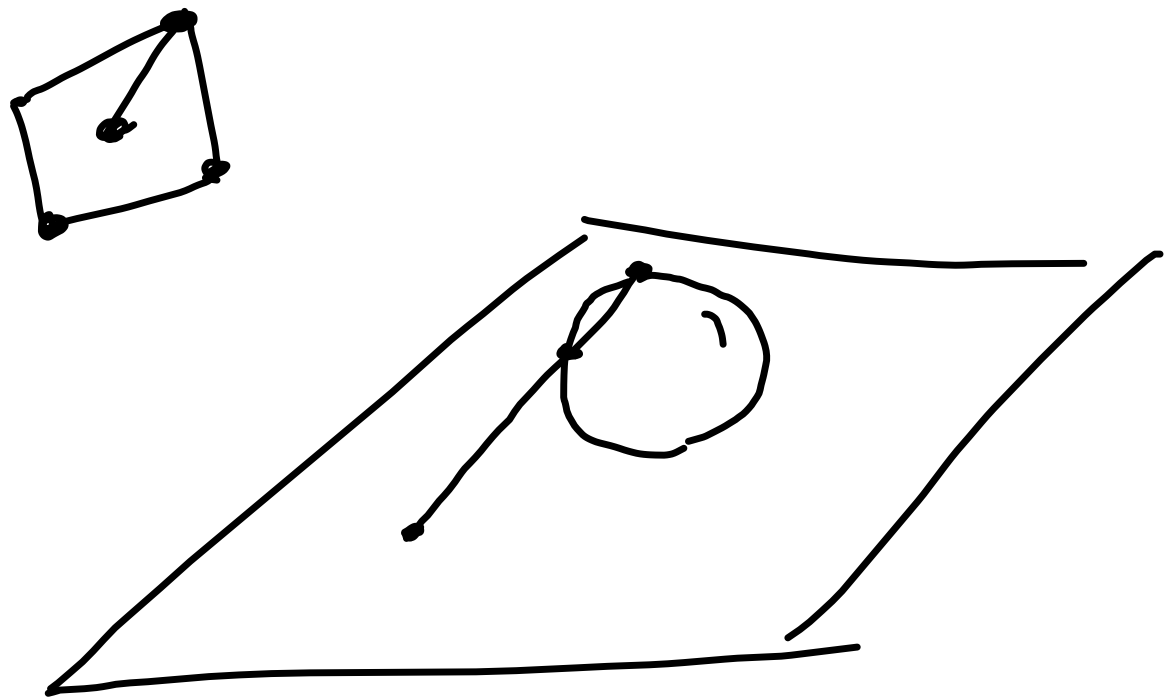
ii) nechť G obsahuje alespoň 2 oblasti. Pak obsahuje alespoň jednu kružnici. Odebráním libovolné hrany této kružnice



snížím počet oblastí grafu o 1, počet hran rovněž. Pro tento graf již Eulerova formule platí, tedy

$$|V| - (|E|-1) + (|S|-1) = 2$$

$$(\Leftrightarrow) \quad |V| - |E| + |S| = 2$$



Nechť stěny nějakého pravidelného s-stěnu jsou pravidelné ℓ-úhelníky a nechť z každého jeho vrcholu vede k hran. Pak počet hran e tohoto s-stěnu umíme spočítat 2 způsoby:

n ... počet vrcholů

$$n \cdot k = 2e \Rightarrow n = \frac{2e}{k}$$

$$s \cdot \ell = 2e \Rightarrow s = \frac{2e}{\ell}$$

Eulerova formule

$$n + s - e = 2$$

$$\frac{2e}{k} + \frac{2e}{\ell} - e = 2$$

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{\ell} = \frac{1}{e} + \frac{1}{2} > \frac{1}{2}$$

$$k, \ell \geq 3$$