

Jméno a příjmení:		Absence	Příklad číslo:	1	2	3	4	$\Sigma$
			Počet bodů:					

**Příklad 1.** Rozhodněte, zda funkce  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = x^2y$  nabývá extrémů na úsečce dané rovnicemi  $x+y+z = 1$ ,  $x - y + 2z = 0$  a omezením  $x \in \langle -1, 1 \rangle$ . Pokud ano, tak tyto extrémy nalezněte a určete o jaké extrémy se jedná. Všechna svoje rozhodnutí zdůvodněte.

**Příklad 2.** Určete těžiště poloviny elipsy  $x^2 + 2y^2 = 1$  ležící nad přímkou  $y = 0$ .

**Příklad 3.** Uvažme následující hru dvou hráčů, bílého a černého: na každé ze dvou šachovnic  $4 \times 4$  je v levém dolním rohu umístěna bílá věž a v pravém horním rohu pak věž černá. Hráči se střídají na tahu. Tah spočívá ve výběru šachovnice a tahu věží své barvy. Bílá věž se může na dané šachovnici pohybovat pouze vodorovně vpravo, nebo svisle nahoru, černá pak vodorovně vlevo a svisle dolů. Při pohybu nesmí přejít přes políčka ohrožovaná soupeřovou věží ani na ohrožovaném políčku zůstat. Bílý začíná. Kdo nemůže táhnout prohrál. Určete, který z hráčů má vítěznou strategii, aniž byste tuto strategii popisovali. Zdůvodněte.

**Příklad 4.** Určete jedinou funkci  $y$  vyhovující lineární diferenciální rovnici  $y^{(3)} + 3y'' + 3y' + y = 4$  s počátečními podmínkami  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 0$ .