

### Třetí sada domácích úloh k MB103

**Příklad 1.** Ukažte, že funkce

$$f(x, y) = x^3 - 12xy + 48x - by^2$$

dvou reálných proměnných, závisící na parametru  $b$ , má dva, jeden, resp. žádný stacionární bod podle toho, zda je  $|b|$  menší, rovna nebo větší než 3. Rozhodněte o typu příslušných extrémů (pokud existují) pro  $b = 0$  a  $b = 3$ .

**Příklad 2.** Teplota jednotlivých bodů na jednotkové sféře v  $\mathbb{R}^3$  je dána vzorcem

$$T(x, y, z) = 1 + xy + yz.$$

Určete nejteplejší místo na sféře.

**Příklad 3.** Zobrazení  $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  je dáno vztahem  $F(x, y) = xy \sin(\frac{\pi}{2}xy)$ . Ukažte, že existuje funkce  $f : U \rightarrow \mathbb{R}$  definovaná na okolí čísla  $1 \in \mathbb{R}$  taková, že  $F(x, f(x)) = 1$  pro všechna  $x \in U$  a  $f(1) = 1$ . Spočtěte derivaci  $f'(1)$  (aniž byste vyjadřovali explicitně funkci  $f$ ). Existuje taková funkce také s předepsanou hodnotou  $f(1) = 0$ ?