

### Pátá demonstrováná cvičení k MB103

#### Úlohy z domácí sady čtvrtého týdne

**Příklad 1.** Určete povrch části válce  $x^2 + z^2 = 16$ , který leží uvnitř válce  $x^2 + y^2 = 16$ .

**Příklad 2.** Spočítejte objem části prostoru vymezeného třemi souřadnicovými rovinami  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  a rovinou  $x/a + y/b + z/c = 1$ .

**Příklad 3.** Určete objem a souřadnice těžiště kužele o kruhové podstavě s poloměrem  $r$  a výšce  $h$ .

**Nové úlohy**

**Příklad 1.** Vyřešte diferenciální rovnici pro funkci  $y = y(x)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}.$$

**Příklad 2.** Čistička vody o objemu  $2000 \text{ m}^3$  byla znečištěna olovem, které se nachází ve vodě v ní v množství  $10 \text{ g/m}^3$ . Do čističky přitéká čistá voda rychlostí  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  a stejnou rychlostí i vytéká.

Za jak dlouho poklesne obsah olova ve vodě v čisticce pod  $10 \text{ } \mu\text{g/m}^3$ , předpokládáme-li, že voda je neustále rovnoměrně promíchávána? (vyjádřete úbytek hmotnosti olova  $dm$  v nádrži za infinitezimální (nekonečně malý) čas  $dt$  a tak sestavte příslušnou diferenciální rovnici, kterou je třeba řešit.)

**Příklad 3.** Rychlost, kterou se rozpadá daný izotop daného prvku, je přímo úměrná množství daného izotopu. Poločas rozpadu izotopu Plutonia,  $^{239}\text{Pu}$ , je 24 100 let. Za jak dlouho ubude setina z nukleární pumy, jejíž aktivní složkou je zmiňovaný izotop?