

Šestá demonstovaná cvičení k MB103

Úlohy z domácí sady pátého týdne

Příklad 1. Vyřešte rovnici

$$y' = \frac{1 + y^3}{xy^2(1 + x^2)}.$$

Příklad 2. Vyřešte rovnici

$$y' = \frac{\cos^2 y}{\sin^2 x}.$$

Příklad 3. Rychlost změny teploty tělesa je přímo úměrná rozdílu teploty tělesa a prostředí, které jej obklopuje. Uvařili jsme šálek zeleného čaje o teplotě $80^\circ C$. Teplota čaje klesla v místnosti o teplotě $20^\circ C$ za pět minut na $60^\circ C$. Za jak dlouho klesne teplota čaje na $40^\circ C$?

Nové úlohy

Příklad 1. Na těleso připevněné silnou pružinou k pevnému bodu O působí v bodě $y(t)$ síla úměrná vzdálenosti těžiště od O . Popište pohyb tělesa (o kterém předpokládáme, že se pohybuje pouze podél pevné přímky).

Příklad 2. Předpokládejte, že materiálové vlastnosti pružiny v předchozím příkladě navíc brzdí pohyb přímo úměrně jeho rychlosti. Popište nyní opět pohyb tělesa.

Příklad 3. Spočtete všechna řešení rovnice

$$y''(x) - 2y'(x) + y(x) = e^x.$$

Najděte také to řešení, které splňuje $y(0) = 0$ a $y'(0) = 1$. Můžeme také chtít předepsat hodnotu ve dvou různých bodech x ?

Příklad 4. Předpokládejme, že v populaci dvou soupeřících druhů je přírůstek jedné přímo úměrný stavu druhé populace a stejně tak úbytek druhé populace je úměrný stavu první. Jak se budou vyvíjet počty v obou populacích?