

FORMÁLNÍ JAZYKY A AUTOMATY I
CVIČENÍ 1.

1. Uspořádejte (podle množinové inkluze) tyto jazyky nad abecedou $\{a, b\}$:

$$\begin{aligned}L_1 &= \{a, b\}^* \\L_2 &= \{ab\}^* \\L_3 &= \{a\}^* \cdot \{b\}^* \\L_4 &= \{a\} \cdot \{a\}^* \cdot \{b\}^* \\L_5 &= \{a, b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{a, b\}^* \\L_6 &= (\{a\}^* \cdot \{b\})^* \cup (\{b\}^* \cdot \{a\})^*\end{aligned}$$

Své tvrzení odůvodněte!

2. Vyjádřete pomocí jazyků $L_0 = \{0\}$, $L_1 = \{1\}$ a množinových operací sjednocení, průnik, komplement vzhledem k $\{0, 1\}^*$, zřetězení, mocnina, kladná iterace a iterace následující jazyky:
- a) jazyk X obsahuje všechny slova nad abecedou $\{0, 1\}$, kterých délka je sudá a současně obsahují alespoň dva symboly 0 a nanejvýš jeden symbol 1.
 - b) jazyk Y obsahuje všechny slova nad abecedou $\{0, 1\}$, které neobsahují tři po sobě jdoucí stejné symboly a současně začínají a končí stejným symbolem.
3. Rozhodněte a odůvodněte, jestli pro libovolné tři jazyky platí následující rovnosti:

$$\begin{aligned}(L_1 \cup L_2) \cdot L_3 &= (L_1 \cdot L_3) \cup (L_2 \cdot L_3) \\(L_1 \cap L_2) \cdot L_3 &= (L_1 \cdot L_3) \cap (L_2 \cdot L_3)\end{aligned}$$

4. Dokažte nebo vyvráťte následující rovnosti (L_1, L_2 libovolné jazyky):

$$\begin{aligned}(L_1 \cdot L_2)^* \cdot L_1 &= L_1 \cdot (L_2 \cdot L_1)^* \\(L_1 \cup L_2)^* &= L_1^* \cdot (L_1^* \cdot L_2)^*\end{aligned}$$

5. Nechť $\Sigma_1 = \{a, b, c\}$, $\Sigma_2 = \{a, b\}$ a $h : \Sigma_1^* \rightarrow \Sigma_2^*$ je homomorfismus daný předpisem:
 $h(a) = aa$; $h(b) = ba$; $h(c) = a$.
- a) Najděte $h^{-1}(abaaabaa)$.
 - b) Určete $h(L)$, když $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w)\}$.
 - c) Určete $h^{-1}(L)$, když $L = \{w \in \{a\}^* \mid |w| = 2k; k \in \mathbb{N}\}$.

Znakem $\#_x(w)$ označujeme počet výskytů symbolu x ve slově w .