

FORMÁLNÍ JAZYKY A AUTOMATY I

Řešení cvičení 9.

1. a) Bud' L regulární jazyk akceptovaný deterministickým konečným automatem $A = (K, \Sigma, \delta, P, F)$. Navrhňeme zásobníkový automat M pro jazyk Q (M akceptuje prázdným zásobníkem).

$M = (\{q, \bar{q} \mid q \in K\}, \Sigma, \{Z_0, Z\}, \bar{\delta}, P, Z_0, \emptyset)$, kde

$$\begin{aligned} \bar{\delta} : \quad & \bar{\delta}(q, x, Z_0) = \{(\delta(q, x), ZZ_0)\} && \text{pro všechna } q \in K; x \in \Sigma \\ & \bar{\delta}(q, x, Z) = \{(\delta(q, x), ZZ)\} && \text{pro všechna } q \in K; x \in \Sigma \\ & \bar{\delta}(q, \#, Z) = \{(\bar{P}, Z)\} && \text{pro všechna } q \in F \\ & \bar{\delta}(P, \#, Z_0) = \{(P, \varepsilon)\} && \text{za podmínky, že } P \in F \\ & \bar{\delta}(\bar{q}, x, Z) = \{(\bar{\delta}(q, x), \varepsilon)\} && \text{pro všechna } q \in K; x \in \Sigma \\ & \bar{\delta}(\bar{q}, \varepsilon, Z_0) = \{(q, \varepsilon)\} && \text{pro všechna } q \in F \end{aligned}$$

- b) Neení. Stačí vzít např. bezkontextový jazyk $L = \{a^n b^n \mid n > 0\}$. Aby při napumpování byl zachován vztah mezi délkou slov u a v musí být jeden vkládaný řetězec podřetězcem slova u a druhý podřetězcem slova v . Avšak slovo $a^n b^n$ není možné napumpovat jenom na jednom místě — viz pumping lemma pro regulární jazyky.

2. $L(M) = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

3. Bez újmy na obecnosti lze předpokládat, že automat $\mathcal{A} = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z, \emptyset)$ akceptující jazyk L akceptuje prázdnou paměť a že počáteční zásobníkový symbol Z se v prvním kroku výpočtu vybere ze zásobníku a v dalším průběhu výpočtu se tam již nikdy neobjeví.

Definujeme nový automat $\bar{\mathcal{A}}$ akceptující jazyk L^{1997} takto: automat $\bar{\mathcal{A}}$ vloží v prvním kroku svého výpočtu do zásobníku 1997 symbolů Z . Kdykoliv se v průběhu výpočtu objeví na vrcholu zásobníku symbol Z , znamená to, že automat \mathcal{A} akceptoval. Proto automat $\bar{\mathcal{A}}$ začne znovu simulovat činnost automatu \mathcal{A} od počátečního stavu.

Bud' J, r nové symboly, $J \notin \Gamma$ a $r \notin K$.

$$\bar{\mathcal{A}} = (K \cup \{r\}, \Sigma, \Gamma \cup \{J\}, \bar{\delta}, r, J, \emptyset)$$

$$\bar{\delta}(r, \varepsilon, J) = \{(q_0, Z^{1997})\}$$

$$\bar{\delta}(p, x, y) = \delta(p, x, y) \text{ pro všechna } p \in K, x \in \Sigma, y \in \Gamma$$

$$\bar{\delta}(p, \varepsilon, Z) = \{(q_0, Z)\} \text{ pro všechna } p \in K.$$