

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

1. [2 body] Mějme následující jazyky nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$. Zjistěte, kolik slov má jazyk L . Odpověď zdůvodněte.

$$\begin{aligned}L_1 &= \{\varepsilon, a\} \\L_2 &= \{\varepsilon, a, ba\} \\L_3 &= \{a, b\} \\L_4 &= ((L_1^0.L_2^2) \setminus L_1^+)^* \\L_5 &= (L_2.L_1) \cup L_3 \\L_6 &= ((L_3.L_1) \setminus L_3)^+ \\L &= (L_4 \cap L_5) \setminus L_6\end{aligned}$$

Řešení: Postupně zjistíme, jaké slova obsahují jazyky L_4 , L_5 , L_6 a L .

- L_1^0 obsahuje pouze prázdné slovo ε . Proto $L_1^0.L_2^2 = L_2^2 = \{\varepsilon, a, ba, aa, aba, baa, baba\}$. Jelikož $L_1^+ = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots\}$, dostáváme $L_4 = \{ba, aba, baa, baba\}^*$.
- Jelikož $L_2.L_1 = \{\varepsilon, a, aa, ba, baa\}$, platí $L_5 = \{\varepsilon, a, b, aa, ba, baa\}$.
- $L_3.L_1 = \{a, b, aa, ba\}$ a proto $L_6 = \{aa, ba\}^+ = \{aa, ba, aaaa, aaba, baaa, baba, \dots\}$.
- Jelikož $L_4 \cap L_5 = \{\varepsilon, ba, baa\}$, dostáváme $L = \{\varepsilon, baa\}$.

Jazyk L obsahuje 2 slova.

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Necht' L je jazyk nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$ tvořený právě všemi slovy, která splňují následující podmínku:

Končí-li slovo písmenem a , pak obsahuje lichý počet písmen b .

Zapište jazyk L pomocí jednoprvkových jazyků $\{a\}$ a $\{b\}$ a s využitím operací průnik(\cap), sjednocení(\cup), zřetězení(\cdot) a iterace(* , $^+$). Chcete-li použít jiné operace nebo jazyky, musíte je nejprve definovat pomocí výše uvedených operací a jazyků.

Řešení: Implikaci lze přepsat do tvaru “Slovo nekončí na a nebo obsahuje lichý počet písmen b ”. Přičemž slovo nekončí na a , pokud končí na b nebo je prázdné. Definujeme následující pomocné jazyky:

jazyk slov končících na b : $L_1 = (\{a\} \cup \{b\})^* \cdot \{b\}$

jazyk obsahující pouze prázdné slovo: $L_2 = (\{a\} \cap \{b\})^*$

jazyk slov s jedním b : $L_3 = \{a\}^* \cdot \{b\} \cdot \{a\}^*$

jazyk slov s lichým počtem b : $L_4 = L_3 \cdot (L_3 \cdot L_3)^*$

Hledaný jazyk L pak je $L_1 \cup L_2 \cup L_4$.