

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

1. [2 body] Necht'  $\mathcal{A} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b\}, \{Z, A\}, \delta, q_0, Z, \{q_5\})$  je zásobíhový automat, kde

$$\begin{aligned}\delta(q_0, a, Z) &= \{(q_1, AZ)\} \\ \delta(q_0, a, A) &= \{(q_1, AA)\} \\ \delta(q_1, a, A) &= \{(q_2, AA)\} \\ \delta(q_2, a, A) &= \{(q_0, A), (q_3, A)\} \\ \delta(q_3, b, A) &= \{(q_4, \varepsilon)\} \\ \delta(q_3, b, Z) &= \{(q_5, \varepsilon)\} \\ \delta(q_4, b, A) &= \{(q_3, A), (q_3, \varepsilon)\} \\ \delta(q_4, b, Z) &= \{(q_5, \varepsilon)\}\end{aligned}$$

Popište jazyk  $L(\mathcal{A})$ , tedy jazyk akceptovaný automatem  $\mathcal{A}$  koncovým stavem.

**Řešení:**  $L(\mathcal{A}) = \{a^{3i}b^j \mid i > 0 \wedge 2i < j \leq 4i\}$

Automat nejprve čte symboly  $a$  po trojicích, a přitom cyklicky mění svůj stav z  $q_0$  na  $q_1$ , z  $q_1$  na  $q_2$  a z  $q_2$  zpátky na  $q_0$ . Při čtení symbolů  $a$  přidává na zásobník symboly  $A$ , a to konkrétně tak, že na zásobník přidá jeden symbol  $A$  při čtení prvního a druhého symbolu  $a$  z každé trojice. Po přečtení  $3i$  symbolů  $a$  je tedy na zásobníku  $2i$  symbolů  $A$ .

Pokud chce automat akceptovat, musí někdy ze stavu  $q_2$  přejít do  $q_3$  místo  $q_0$ . Po přechodu do stavu  $q_3$  přečetl  $3i$  symbolů  $a$  a na zásobníku je  $2i$  symbolů  $A$ , kde  $i > 0$ , a nyní už může číst pouze symboly  $b$ . Automat při čtení symbolů  $b$  cyklicky mění svůj stav z  $q_3$  na  $q_4$  a z  $q_4$  zpátky na  $q_3$ . Při přechodu ze stavu  $q_3$  vždy umaže jeden symbol  $A$  z vrcholu zásobníku a při přechodu ze stavu  $q_4$  se nedeterministicky rozhodne, zda symbol  $A$  umaže, nebo nechá zásobník beze změny. Toto pokračuje dokud jsou na zásobníku nějaké symboly  $A$ , v opačném případě přečte jeden symbol  $b$  a akceptuje.

Protože je pro akceptování nutné přečíst jeden symbol  $b$  i po vymazání všech symbolů  $A$  ze zásobníku, musí automat přečíst minimálně  $k + 1$  symbolů  $b$ , aby mohl akceptovat, kde  $k$  je počet symbolů  $A$  na zásobníku. Naopak maximálně může přečíst  $2k$  symbolů  $b$ , protože automat čte symboly  $b$  po dvojicích a při čtení prvního  $b$  z každé dvojice musí jedno  $A$  ze zásobníku vymazat, takže po přečtení  $2k - 1$  symbolů  $b$  už na zásobníku nemůže být žádné  $A$  a následující symbol  $b$  způsobí akceptování.

Automat  $\mathcal{A}$  tedy akceptuje slova tvaru  $a^{3i}b^j$  kde  $i > 0$  a  $2i < j \leq 4i$ .

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Mějme bezkontextovou gramatiku  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, P, S)$ , kde

$$P = \{ S \rightarrow aSa \mid AB \mid aa, \\ A \rightarrow bAb \mid SS, \\ B \rightarrow cBc \mid AA \}.$$

Zkonstruujte ekvivalentní gramatiku v Greibachové normální formě. Použijte algoritmus uvedený na přednášce. Popište svůj postup a uveďte hlavní mezivýsledky.

**Řešení:** Gramatika  $G$  je vlastní, takže přistoupíme rovnou k odstranění levé rekurze a vytvoříme gramatiku  $G_2 = (\{S, A, B, S'\}, \{a, b, c\}, P_2, S)$ , kde

$$P_2 = \{ S \rightarrow aSa \mid aa \mid bAbB \mid aSaS' \mid aaS' \mid bAbBS', \\ S' \rightarrow SBS' \mid SB, \\ A \rightarrow bAb \mid SS, \\ B \rightarrow cBc \mid AA \}.$$

Při odstraňování levé rekurze bylo zvoleno pořadí neterminálů  $B < A < S$ . Nyní již můžeme provést vlastní převod do Greibachové normální formy. Tím vytvoříme gramatiku  $G_3 = (\{S, A, B, S', a', b', c'\}, \{a, b, c\}, P_3, S)$ , kde

$$P_3 = \{ S \rightarrow aSa' \mid aa' \mid bAb'B \mid aSa'S' \mid aa'S' \mid bAb'BS', \\ S' \rightarrow aSa'BS' \mid aa'BS' \mid bAb'BBS' \mid aSa'S'BS' \mid aa'S'BS' \mid bAb'BS'BS' \mid \\ aSa'B \mid aa'B \mid bAb'BB \mid aSa'S'B \mid aa'S'B \mid bAb'BS'B, \\ A \rightarrow bAb' \mid aSa'S \mid aa'S \mid bAb'BS \mid aSa'S'S \mid aa'S'S \mid bAb'BS'S, \\ B \rightarrow cBc' \mid bAb'A \mid aSa'SA \mid aa'SA \mid bAb'BSA \mid aSa'S'SA \mid aa'S'SA \mid bAb'BS'SA, \\ a' \rightarrow a, \\ b' \rightarrow b, \\ c' \rightarrow c \}.$$

Při převodu do GNF bylo zvoleno pořadí neterminálů  $S' < B < A < S$ .