

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

1. [4 body] Je dána bezkontextová gramatika  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ , kde

$$P = \{ S \rightarrow BC \mid aAb \mid cA, \\ A \rightarrow BbB \mid baA \mid \varepsilon, \\ B \rightarrow cB \mid c, \\ C \rightarrow bCa \mid aAb \mid bb \}.$$

- (a) Sestrojte odpovídající PDA, který provádí nedeterministickou syntaktickou analýzu shora dolů.  
 (b) Sestrojte odpovídající rozšířený PDA, který provádí nedeterministickou syntaktickou analýzu zdola nahoru.

Pro každý automat uveďte akceptující výpočet nad slovem  $cbbabaa$ .

Řešení:

- (a)  $\mathcal{A} = (\{q\}, \{a, b, c\}, \{S, A, B, C, a, b, c\}, \delta, q, S, \emptyset)$ , kde  $\delta$  je definována takto:

$$\begin{aligned} \delta(q, \varepsilon, S) &= \{(q, BC), (q, aAb), (q, cA)\}, \\ \delta(q, \varepsilon, A) &= \{(q, BbB), (q, baA), (q, \varepsilon)\} \\ \delta(q, \varepsilon, B) &= \{(q, cB), (q, c)\}, \\ \delta(q, \varepsilon, C) &= \{(q, bCa), (q, aAb), (q, bb)\} \\ \delta(q, a, a) &= \delta(q, b, b) = \delta(q, c, c) = \{(q, \varepsilon)\}. \end{aligned}$$

Akceptující výpočet nad slovem  $cbbabaa$ :

$$\begin{aligned} (q, cbbabaa, S) &\stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, cbbabaa, BC) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, cbbabaa, cC) \stackrel{c}{\vdash} (q, bbabaa, C) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, bbabaa, bCa) \stackrel{b}{\vdash} \\ (q, babaa, Ca) &\stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, babaa, bCaa) \stackrel{b}{\vdash} (q, abaa, Caa) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, abaa, aAbaa) \stackrel{a}{\vdash} (q, baa, Abaa) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} \\ (q, baa, baa) &\stackrel{b}{\vdash} (q, aa, aa) \stackrel{a}{\vdash} (q, a, a) \stackrel{a}{\vdash} (q, \varepsilon, \varepsilon) \end{aligned}$$

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

(b)  $\mathcal{A} = (\{q, r\}, \{a, b, c\}, \{S, A, B, C, a, b, c, \perp\}, \delta, q, \perp, \{r\})$ , kde  $\delta$  je definována takto:

$$\begin{aligned} \delta(q, \varepsilon, BC) &= \delta(q, \varepsilon, cA) = \{(q, S)\}, \\ \delta(q, \varepsilon, BbB) &= \delta(q, \varepsilon, baA) = \delta(q, \varepsilon, \varepsilon) = \{(q, A)\}, \\ \delta(q, \varepsilon, cB) &= \delta(q, \varepsilon, c) = \{(q, B)\}, \\ \delta(q, \varepsilon, bCa) &= \delta(q, \varepsilon, bb) = \{(q, C)\}, \\ \delta(q, \varepsilon, aAb) &= \{(q, S), (q, C)\}, \\ \delta(q, a, \varepsilon) &= \{(q, a)\}, \\ \delta(q, b, \varepsilon) &= \{(q, b)\}, \\ \delta(q, c, \varepsilon) &= \{(q, c)\}, \\ \delta(q, \varepsilon, \perp S) &= \{(r, \varepsilon)\}. \end{aligned}$$

Akceptující výpočet nad slovem  $cbbabaa$ :

$$\begin{aligned} (q, cbbabaa, \perp) \stackrel{c}{\vdash} (q, bbabaa, \perp c) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, bbabaa, \perp B) \stackrel{b}{\vdash} (q, babaa, \perp Bb) \stackrel{b}{\vdash} (q, abaa, \perp \\ Bbb) \stackrel{a}{\vdash} (q, baa, \perp Bbba) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, baa, \perp BbbaA) \stackrel{b}{\vdash} (q, aa, \perp BbbaAb) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, aa, \perp BbbC) \stackrel{a}{\vdash} \\ (q, a, \perp BbbCa) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, a, \perp BbC) \stackrel{a}{\vdash} (q, \varepsilon, \perp BbCa) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, \varepsilon, \perp BC) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} (q, \varepsilon, \perp S) \stackrel{\varepsilon}{\vdash} (r, \varepsilon, \varepsilon) \end{aligned}$$

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

**2. [2 body]** Necht'  $L = \{a^i b^j c^k b^j a^i \mid i, j, k \geq 0, (i + j) \bmod 3 = k \bmod 3\}$ . Zkonstruuje zásobníkový automat  $\mathcal{A}$  akceptující prázdným zásobníkem jazyk  $L$ .

*Řešení:* Hledaný automat je  $\mathcal{A} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, \{Z, A, B, C\}, \delta, q_0, Z, \emptyset)$ , kde

$$\delta(q_0, a, Z) = \{(q_1, AZ)\}$$

$$\delta(q_0, b, Z) = \{(q_1, BZ)\}$$

$$\delta(q_0, \varepsilon, Z) = \{(q_0, CZ)\}$$

$$\delta(q_0, a, A) = \{(q_1, AA)\}$$

$$\delta(q_1, a, A) = \{(q_2, AA)\}$$

$$\delta(q_2, a, A) = \{(q_0, AA)\}$$

$$\delta(q_0, b, A) = \{(q_1, BA)\}$$

$$\delta(q_1, b, A) = \{(q_2, BA)\}$$

$$\delta(q_2, b, A) = \{(q_0, BA)\}$$

$$\delta(q_0, \varepsilon, A) = \{(q_0, CA)\}$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, A) = \{(q_1, CA)\}$$

$$\delta(q_2, \varepsilon, A) = \{(q_2, CA)\}$$

$$\delta(q_0, b, B) = \{(q_1, BB)\}$$

$$\delta(q_1, b, B) = \{(q_2, BB)\}$$

$$\delta(q_2, b, B) = \{(q_0, BB)\}$$

$$\delta(q_0, \varepsilon, B) = \{(q_0, CB)\}$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, B) = \{(q_1, CB)\}$$

$$\delta(q_2, \varepsilon, B) = \{(q_2, CB)\}$$

$$\delta(q_0, c, C) = \{(q_2, C)\}$$

$$\delta(q_1, c, C) = \{(q_0, C)\}$$

$$\delta(q_2, c, C) = \{(q_1, C)\}$$

$$\delta(q_0, \varepsilon, C) = \{(q_3, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_3, b, B) = \{(q_3, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_3, a, A) = \{(q_3, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_3, \varepsilon, Z) = \{(q_3, \varepsilon)\}$$

Základní myšlenka konstrukce je, že v zásobníku uchovááme informaci, kolik znaků  $a$ ,  $b$  je v první polovině slova a v druhé polovině slova kontrolujeme, zdali počet znaků  $a$ ,  $b$  je stejný. Stavy  $q_0, q_1, q_2$  zajišťují splnění podmínky  $(i + j) \bmod 3 = k \bmod 3$ .