

Příprava na písemku 6. 10. 2009

Kombinatorika

1. Kolik podmnožin lze vytvořit z n -prvkové množiny?
(tip: přiřazujete "1" prvku, který bude ve vybrané podmnožině a "0" tomu, který v ní nebude. Prvky v množinách jsou samozřejmě různé.)
(2^n)
2. Mám 6 jablek a 3 hrušky, chci udělat salát z pěti kusů ovoce, aby tam byla nejméně jedna hruška. Kolika způsoby to lze udělat?
(tip: rozdělte na případy pro 1 hrušku a 4 jablka, 2 hrušky a 3 jablka, atd...)
(120)
3. V podniku pracuje 18 mužů a 16 žen. Kolika způsoby lze vybrat 7 zaměstnanců tak, aby mezi nimi byli
 - a) 4 muži a 3 ženy,
 - b) 6 mužů a 1 žena,
 - c) alespoň 4 ženy?
(1 713 600; 297 024; 2 309 008)
4. Kolik různých pěticiferných čísel s různými číslicemi je možno sestavit z číslic 1, 2, 3, 4, 5?
(120)
5. Na pískovišti si hrají 4 děti, dohromady mají 10 modrých, 15 červených a 8 zelených kuliček. Kolika způsoby si je mohou mezi sebou rozdělit tak, aby každé dítě mělo alespoň jednu kuličku od každé barvy?
(tip: na začátku dáte každému dítěti jednu kuličku od každé barvy a teprve poté kombinujete)
(1 070 160)
6. Kolik anagramů (= stejně dlouhý řetězec složený z daných písmen) lze vytvořit z písmen slova VEVERKA?
(1 260)
7. Svobodný mládenec má ve skříni 8 košil, 4 kalhoty a 5 párů bot. Kolika způsoby se může obléct (obléká-li se způsobem od každého druhu právě jeden kus)?
(160)

8. Kolik řetězců délky 8 můžeme vytvořit z číslic 0 a 1? A kolik bychom jich mohli vytvořit za podmínky, že začínají trojicí 101 nebo 100?
(256, 64)
9. Kolika způsoby můžeme rozmístit 6 stejných předmětů do 4 přihrádek?
(tip: vezměte 6 předmětů a k nim 3 oddělovače přihrádek, poskládejte všech 9 položek do řady a míchejte (kombinujte) mezi sebou)
(84)
10. Kolika způsoby lze do tří různých obálek rozmístit pět stokorun a pět padesátikorun tak, aby žádná obálka nezůstala prázdná?
(336)
11. Kolika způsoby lze rozdělit 9 pracovníků na 3 pracoviště, jestliže na prvním pracovišti jsou zapotřebí 4 pracovníci, na druhém 3 pracovníci a na třetím 2 pracovníci?
(1 260)
12. V soutěžní porotě je 10 znalců. Při hlasování bylo 7 členů poroty pro návrh a 3 členové proti. Kolika způsoby mohla tato situace nastat?
(120)
13. Za lokomotivu je třeba připojit dva kotlové vozy, tři otevřené vozy a čtyři kryté vozy. Kolik různých vlakových souprav lišících se pořadím vozů můžeme z těchto vozů vytvořit, jestliže
- na pořadí vozů nejsou kladeny žádné požadavky,
 - vozy stejného typu musí být řazeny za sebou?
- (1 260; 6)
14. Kolik různých úhlopříček má konvexní n -úhelník? (tip: namalujte si!)
 $(n \cdot (n-3) / 2)$
15. Ze šesti osob A, B, C, D, E, F volíme tříčlenný výbor, který se skládá z předsedy, tajemníka a pokladníka. Kolika způsoby to lze povést, jestliže
- si neklademe žádné podmínky,
 - A nebo B musí být předsedou,
 - E musí být zvolen,
 - musí být zvoleni A a D?
- (120, 40, 60, 24)

Pravděpodobnost

1. Hodíme n -krát po sobě kostkou. Jaká je pst, že alespoň jedenkrát padne šestka?
($1 - (\frac{5}{6})^n$)
2. Určete nejvyšší možný počet hodů n z předchozího příkladu tak, aby pst, že nepadne šestka, byla větší než pst, že šestka padne alespoň jednou.
(3)
3. V urně je 10 koulí 7 bílých a 3 černé. Vytáhneme 5 z nich. Jaká je pst, že to budou právě 3 černé a 2 bílé?
(1/12)
4. Dvacetkrát nezávisle na sobě házíme 3 mincemi. Jaká je pst, že alespoň v jednom hoďu padnou 3 líce?
(0,9308)
5. Náhodně vybereme přirozené číslo menší než 10^5 . Jaká je pst, že bude složeno pouze z cifer 0, 1, 5 a zároveň bude dělitelné pěti?
(0,0016)
6. Určete pst, že při hoďu dvěma kostkami padne součet 7.
(1/6)
7. V urně je šest koulí s čísly 1, ..., 6. Koule vybíráme náhodně a nevracíme. Jaká je pst, že v žádném tahu nebude číslo koule shodné s pořadím tahu?
(0,3681)
8. Jaká je pst, že při hoďu dvěma kostkami padly dvě pětky, víme-li, že součet hozených ok je dělitelný pěti?
(1/7)
9. Jaká je pst, že při hoďu dvěma kostkami padne součet 5, víme-li, že ani na jedné z nich nepadla trojka? Jsou jevy A (ani na jedné nepadla 3) a B (součet hoďu 5) nezávislé?
(2/25 ; ne)
10. Střílíme na terč o průměru 60 cm. Jaká je pst, že zasáhneme středový kruh o průměru 5 cm? (Terč zasáhneme jistě.)
(0,0069)

11. Mějme 10 stejných krabiček. V i -té krabičce je i černých a $(10-i)$ bílých kuliček. Náhodně zvolíme jednu krabičku a vytáhneme z ní jednu kuličku. Jaká je pst, že kulička je černá? (Tip: použijte vzorec pro úplnou pst)
(11/20)
12. Z balíčku 32 karet vytáhneme náhodně dvě karty, aniž bychom tu první vraceli. Jaká je pst, že druhá tažená karta bude stejné barvy jako ta první?
13. Systém je tvoren dvema nezávislými bloky, které fungují postupne s pravdepodobností 0,1 a 0,9. Jaká je pravdepodobnost, že se systém porouchá pri sériovém zapojení a jaká pri paralelním zapojení?
14. Ve třídě je 23 studentů. Pravděpodobnost složení zkoušky z MB101 je u osmi z nich 0,9, u dvanácti z nich 0,6 a u 3 z nich 0,4. Určete pst, že náhodně vybraný student tuto zkoušku složí.
(0,6783)