

Čtvrtá zápočtová písemka z MB101, verze A

Vojtěch Kubáň, 14.12.2009

1. Určete ortogonální doplněk X^\perp k podprostoru $X \subset \mathbb{R}^5$

$$X = \text{Span} \langle (2, 1, 0, 1, 0), (-1, 0, 1, 2, 0) \rangle .$$

2. Najděte ortonormální bázi podprostoru

$$W = \text{Span} \langle (0, 1, 1, 1), (1, , -1, 0, 1), (1, 2, 1, 0) \rangle \subset \mathbb{R}^4 .$$

3. Najděte projekci vektoru $s = (0, 0, 5, 0)$ na podprostor

$$W = \text{Span} \langle (0, 1, 1, 1), (1, , -1, 0, 1), (1, 2, 1, 0) \rangle \subset \mathbb{R}^4 .$$

Všimněte si, že je to stejný podprostor jako v přechozím příkladu.

4. Určete vlastní čísla, prostory vlastních vektorů příslušných vlastním číslům, algebraické a geometrické násobnosti vlastních čísel matice A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} .$$

Je možné tuto matici diagonalizovat a proč?

5. V okrese žije konstantně celkem 100 000 lidí. V okrese jsou města a vesnice. Každý rok se přestěhuje 15% z města na venkov a 5% z venkova do města. Jak se ustálí počty obyvatelstva ve městě a na vesnici po dostatečně dlouhé době? Uvažujte, že ve městě žije na začátku M_0 a na vesnici V_0 obyvatel a jejich součet je 100 000.

Čtvrtá zápočtová písemka z MB101, verze B

Vojtěch Kubáň, 14.12.2009

1. Určete ortogonální doplněk Y^\perp k podprostoru $Y \subset \mathbb{R}^5$

$$Y = \text{Span} \langle (0, 1, 1, 0, 1), (-1, 0, 2, -1, 0), (1, 1, -1, 1, 0) \rangle .$$

2. Najděte ortonormální bázi podprostoru

$$V = \text{Span} \langle (1, 0, 1, -1), (0, 0, 1, 1), (1, 2, 1, 0) \rangle \subset \mathbb{R}^4 .$$

3. Najděte projekci vektoru $r = (0, 5, 0, 0)$ na podprostor

$$V = \text{Span} \langle (1, 0, 1, -1), (0, 0, 1, 1), (1, 2, 1, 0) \rangle \subset \mathbb{R}^4 .$$

Všimněte si, že je to stejný podprostor jako v přechozím příkladu.

4. Určete vlastní čísla, prostory vlastních vektorů příslušných vlastním číslům, algebraické a geometrické násobnosti vlastních čísel matice A

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} .$$

Je možné tuto matici diagonalizovat a proč?

5. V okrese žije konstantně celkem 200 000 lidí. V okrese jsou města a vesnice. Každý rok se přestěhuje 10% z města na venkov a 10% z venkova do města. Jak se ustálí počty obyvatelstva ve městě a na vesnici po dostatečně dlouhé době? Uvažujte, že ve městě žije na začátku M_0 a na vesnici V_0 obyvatel a jejich součet je 200 000.