

Třetí zápočtová písemka z MB101, verze A

Vojtěch Kubáň, 23.11.2009

1. Vypočítejte determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. Vyřešte soustavu rovnic s parametrem a a diskutujte řešení v závislosti na parametru.

$$\begin{aligned} x + y + (a+1)z &= 1 \\ x + 2y + az &= 1 \\ x + 2y + (2a+1)z &= 2 \end{aligned}.$$

3. Najděte vektorové prostory vzniklé sjednocením a průnikem prostorů generovaných množinami M a N . A určete jejich dimenze.

$$M = \{(1, 2, 0), (1, 0, 1)\} \quad N = \{(0, 1, 1), (1, 2, -1)\}.$$

4. Je dáno lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definované $f(\mathbf{x}) = (x_2 + x_3, x_1 - x_3)$ a báze $\alpha = \{(1, 2, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 0)\}$ a $\beta = \{(3, 1), (2, 1)\}$.

(a) Určete vektorové podprostory $\text{Ker } f$ a $\text{Im } f$.

(b) Určete matici $A_{\beta\alpha}$ zobrazení f z báze α do báze β .

(c) Najděte souřadnice vektoru $f(\mathbf{v})$ v bázi β víte-li, že $[v]_{\alpha} = [1, -1, 0]_{\alpha}$.

5. Najděte všechny jednotkové vektory, které jsou kolmé k vektorům $(2, 1, -2), (1, 0, 1)$. (Jednotkový znamená, že jeho norma je rovna 1.)

Třetí zápočtová písemka z MB101, verze B

Vojtěch Kubáň, 23.11.2009

1. Vypočítejte determinant

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. Vyřešte soustavu rovnic s parametrem a a diskutujte řešení v závislosti na parametru.

$$\begin{aligned} x & & & + z & = 0 \\ x + & ay & + 2z & = 1. \\ x + (a+1)y & + z & = 1 \end{aligned}$$

3. Najděte vektorové prostory vzniklé sjednocením a průnikem prostorů generovaných množinami M a N . A určete jejich dimenze.

$$M = \{(1, 0, 1), (1, 2, 0)\} \quad N = \{(1, 2, -1), (0, 1, 1)\}.$$

4. Je dáno lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definované $f(\mathbf{x}) = (x_2 + x_3, x_1 - x_3)$ a báze $\alpha = \{(1, 2, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 0)\}$ a $\beta = \{(3, 1), (2, 1)\}$.

(a) Určete vektorové podprostory $\text{Ker } f$ a $\text{Im } f$.

(b) Určete matici $A_{\beta\alpha}$ zobrazení f z báze α do báze β .

(c) Najděte souřadnice vektoru $f(\mathbf{v})$ v bázi β víte-li, že $[v]_\alpha = [1, -1, 0]_\alpha$.

5. Najděte všechny jednotkové vektory, které jsou kolmé k vektorům $(3, 1, 1), (2, 1, 2)$. (Jednotkový znamená, že jeho norma je rovna 1.)