

## Čtvrtá zápočtová písemka z MB101 - verze A

V. Kubáň, 11.12.2008

1. Určete kolmý průmět  $p \in V$  vektoru  $w = (0, 0, 0, 3) \in \mathbb{R}^4$  na podprostor  $V$  prostoru  $\mathbb{R}^4$ . Podprostor  $V$  je generovaný bází:

$$\{(1, 0, 1, -2), (0, 1, -1, 1), (1, -1, 0, 1)\}.$$

Určete úhel, který svírá vektor  $w$  s podprostorem  $V$  a vzdálenost vektoru  $w$  od podprostoru  $V$ .

Poznámka: V průběhu řešení byste měli použít Gram-Schmidtův ortogonalizační proces. Během řešení se vyskytnou odmocniny, tak je pište před vektor, aby se to líp opravovalo (př:  $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot (1, 1, 1, 1)$ ). Výsledek vyjde bez odmocnin.

2. Určete vlastní hodnoty (čísla) a vlastní vektory matice  $A$ . Nalezněte algebraickou a geometrickou násobnost vlastních čísel. Napište podprostory vlastních vektorů (Eigen ( $\lambda$ )). Určete diagonalizaci matice  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 & 2 \\ -2 & 5 & 0 & 2 \\ 2 & -4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Poznámka: Měli byste při řešení použít Laplaceův rozvoj determinantu. Vlastní čísla vyjdou malá celá čísla (pro hádání kořenů). Ale lepší je rovnou vytknout společné členy při sestavování charakteristického polynomu:  $\lambda^2 + \lambda = \lambda \cdot (\lambda + 1)$ .

## Čtvrtá zápočtová písemka z MB101 - verze B

V. Kubáň, 11.12.2008

1. Určete kolmý průmět  $p \in V$  vektoru  $w = (0, 0, 0, 3) \in \mathbb{R}^4$  na podprostor  $V$  prostoru  $\mathbb{R}^4$ . Podprostor  $V$  je generovaný bází:

$$\{(2, 1, -1, 0), (0, 1, -1, 0), (1, -1, 0, 1)\}.$$

Určete úhel, který svírá vektor  $w$  s podprostorem  $V$  a vzdálenost vektoru  $w$  od podprostoru  $V$ .

Poznámka: V průběhu řešení byste měli použít Gram-Schmidtův ortogonalizační proces. Během řešení se vyskytnou odmocniny, tak je pište před vektor, aby se to líp opravovalo (př:  $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot (1, 1, 1, 1)$ ). Výsledek vyjde bez odmocnin.

2. Určete vlastní hodnoty (čísla) a vlastní vektory matice  $B$ . Nalezněte algebraickou a geometrickou násobnost vlastních čísel. Napište podprostory vlastních vektorů (Eigen ( $\lambda$ )). Určete diagonalizaci matice  $B$ .

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Poznámka: Měli byste při řešení použít Laplaceův rozvoj determinantu. Vlastní čísla vyjdou malá celá čísla (pro hádání kořenů). Ale lepší je rovnou vytknout společné členy při sestavování charakteristického polynomu:  $\lambda^2 + \lambda = \lambda \cdot (\lambda + 1)$ .

## Čtvrtá zápočtová písemka z MB101 - verze C

V. Kubáň, 11.12.2008

1. Určete kolmý průmět  $p \in V$  vektoru  $w = (0, 0, 0, 3) \in \mathbb{R}^4$  na podprostor  $V$  prostoru  $\mathbb{R}^4$ . Podprostor  $V$  je generovaný bází:

$$\{(1, -1, 1, -1), (1, 0, 1, 0), (0, 2, -1, 0)\}.$$

Určete úhel, který svírá vektor  $w$  s podprostorem  $V$  a vzdálenost vektoru  $w$  od podprostoru  $V$ .

Poznámka: V průběhu řešení byste měli použít Gram-Schmidtův ortogonalizační proces. Během řešení se vyskytnou odmocniny, tak je pište před vektor, aby se to líp opravovalo (př:  $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot (1, 1, 1, 1)$ ). Výsledek vyjde bez odmocnin.

2. Určete vlastní hodnoty (čísla) a vlastní vektory matice  $C$ . Nalezněte algebraickou a geometrickou násobnost vlastních čísel. Napište podprostory vlastních vektorů (Eigen ( $\lambda$ )). Určete diagonalizaci matice  $C$ .

$$C = \begin{pmatrix} -4 & 6 & 0 & 3 \\ -3 & 5 & 0 & 3 \\ 3 & -6 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Poznámka: Měli byste při řešení použít Laplaceův rozvoj determinantu. Vlastní čísla vyjdou malá celá čísla (pro hádání kořenů). Ale lepší je rovnou vytknout společné členy při sestavování charakteristického polynomu:  $\lambda^2 + \lambda = \lambda \cdot (\lambda + 1)$ .

## Čtvrtá zápočtová písemka z MB101 - verze D

V. Kubáň, 11.12.2008

1. Určete kolmý průmět  $p \in V$  vektoru  $w = (0, 0, 0, 3) \in \mathbb{R}^4$  na podprostor  $V$  prostoru  $\mathbb{R}^4$ . Podprostor  $V$  je generovaný bází:

$$\{(1, 1, 1, -1), (-1, 2, 1, 0), (1, 2, 0, 2)\}.$$

Určete úhel, který svírá vektor  $w$  s podprostorem  $V$  a vzdálenost vektoru  $w$  od podprostoru  $V$ .

Poznámka: V průběhu řešení byste měli použít Gram-Schmidtův ortogonalizační proces. Během řešení se vyskytnou odmocniny, tak je pište před vektor, aby se to líp opravovalo (př:  $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot (1, 1, 1, 1)$ ). Výsledek vyjde bez odmocnin.

2. Určete vlastní hodnoty (čísla) a vlastní vektory matice  $D$ . Nalezněte algebraickou a geometrickou násobnost vlastních čísel. Napište podprostory vlastních vektorů (Eigen ( $\lambda$ )). Určete diagonalizaci matice  $D$ .

$$D = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 & -2 \\ 2 & -4 & 0 & -2 \\ -2 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Poznámka: Měli byste při řešení použít Laplaceův rozvoj determinantu. Vlastní čísla vyjdou malá celá čísla (pro hádání kořenů). Ale lepší je rovnou vytknout společné členy při sestavování charakteristického polynomu:  $\lambda^2 + \lambda = \lambda \cdot (\lambda + 1)$ .