

Druhá sada domácích úloh, Matematika II

k odevzdání v úterý 6.10.2009

Příklad 1. Určete hromadné, izolované, hraniční a vnitřní body následujících podmnožin v \mathbb{R} :

1. $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\}$
2. \mathbb{Q}
3. $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x^2 < 2\}$.

Svá tvrzení zdůvodněte.

Příklad 2. Udejte příklad

1. podmnožiny v \mathbb{R} , která není ani otevřená ani uzavřená,
2. podmnožiny v \mathbb{R} , která je uzavřená, ale není kompaktní,
3. nekonečně mnoha uzavřených podmnožin \mathbb{R} jejichž sjednocením je otevřená množina,
4. nekonečně mnoha otevřených podmnožin \mathbb{R} jejichž průnikem je uzavřená množina.

Příklad 3. Buď $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definována následovně:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 + x + 2 & \text{jestliže } x \in \mathbb{Q} \\ 1 & \text{jestliže } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

Určete, ve kterých bodech je f spojitá. Zdůvodněte.