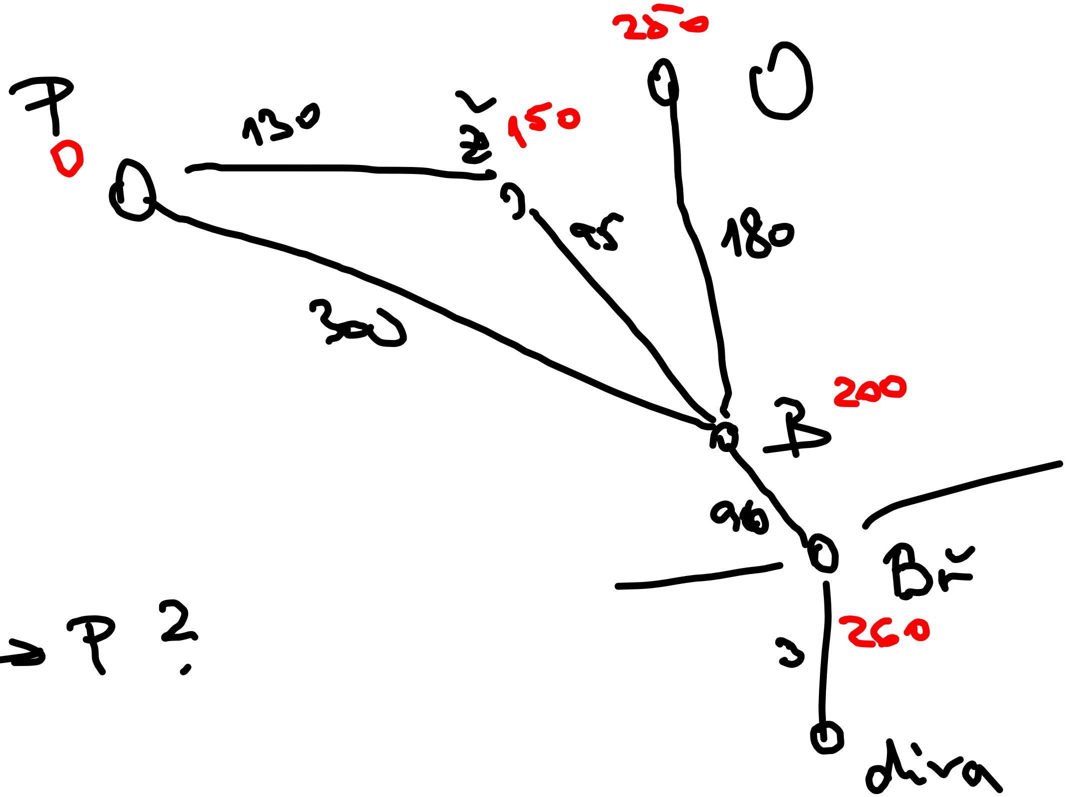


B → P ?

d+h → min.

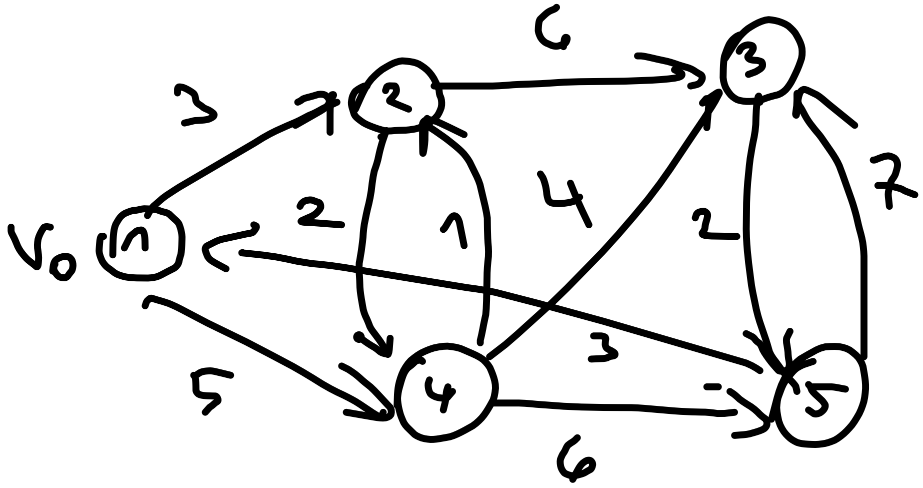
Bř 290, Ž 245, O 430, P 300

Dijkstra

1. zdroj Bř

hDijk

1. krok Ž d



1 krok: relaxuj všechny hrany

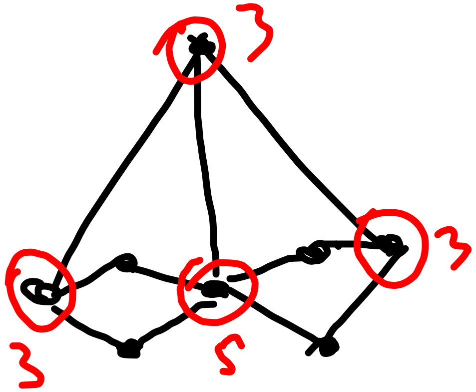
|V|-1 kroků

1	2	3	4	5
0	∞	∞	∞	∞
	3		5	
.		9		11

detekce záp. cyklů:
|V|. krok, pokud změna ⇒ záp. cyklus

$$
\begin{pmatrix}
0 & -5 & \infty & \infty & 3 \\
\infty & 0 & 5 & \infty & 2 \\
\infty & \infty & 0 & 4 & \infty \\
\infty & \infty & \infty & 0 & -5 \\
\infty & -2 & 2 & \infty & 0
\end{pmatrix}
\qquad
\begin{pmatrix}
1 & 1 & \cancel{0}^{\,2} & 0 & \cancel{1}^{\,2} \\
0 & 2 & 2 & 0 & 2 \\
0 & 0 & 3 & 3 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\
0 & 5 & 5 & 0 & 5
\end{pmatrix}
$$

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & 0 & & -3
\end{array}
$$



"$\Leftarrow$" souvislý $\wedge$ $\forall v \in V: 2 | \deg(v) \Rightarrow G$ eulerovský

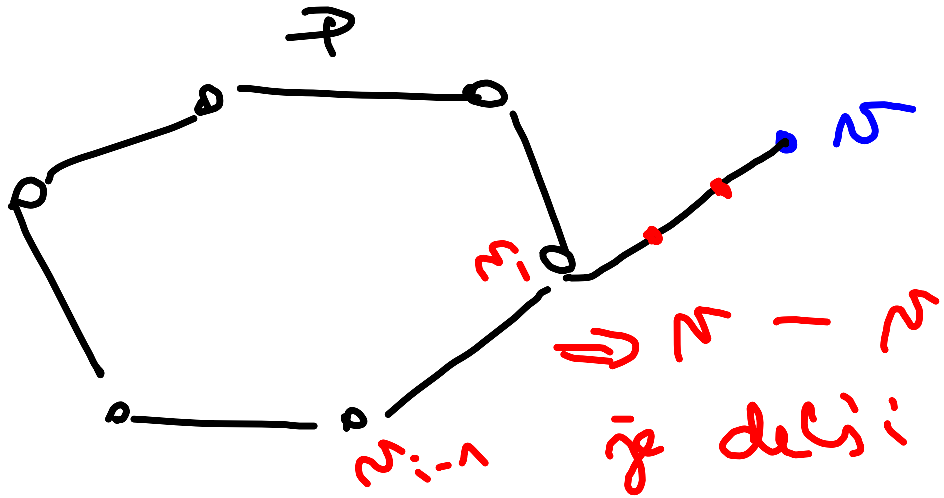
uvažme tah v G max. délky (připustíme uzavřenou)

P: v — v_0 — v_1 — . . . . — v_k

1. Ta je uzavřená, tj. $v_0 = v_k$ (kdyby ne, ex. hrana v — v_0)

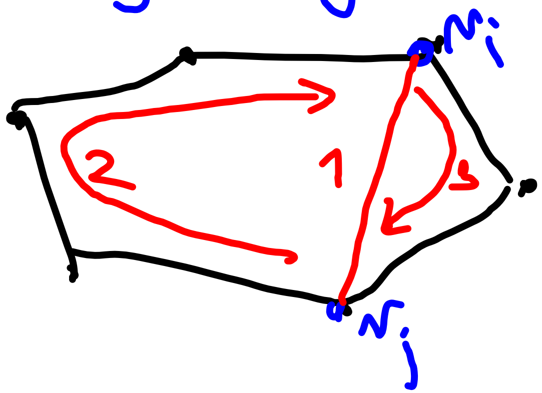
2. Tah prochází všemi hranami z E:

na P leží všechny vrcholy:

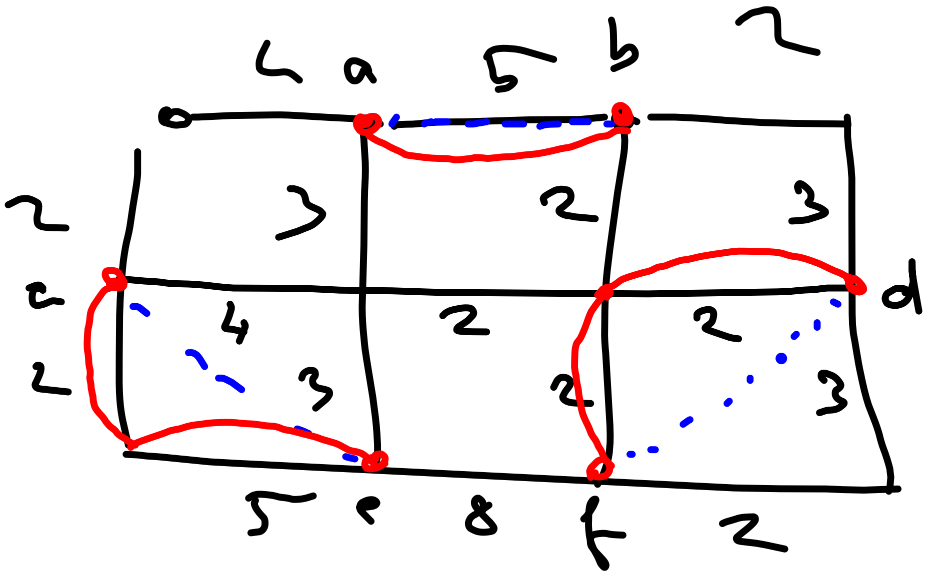


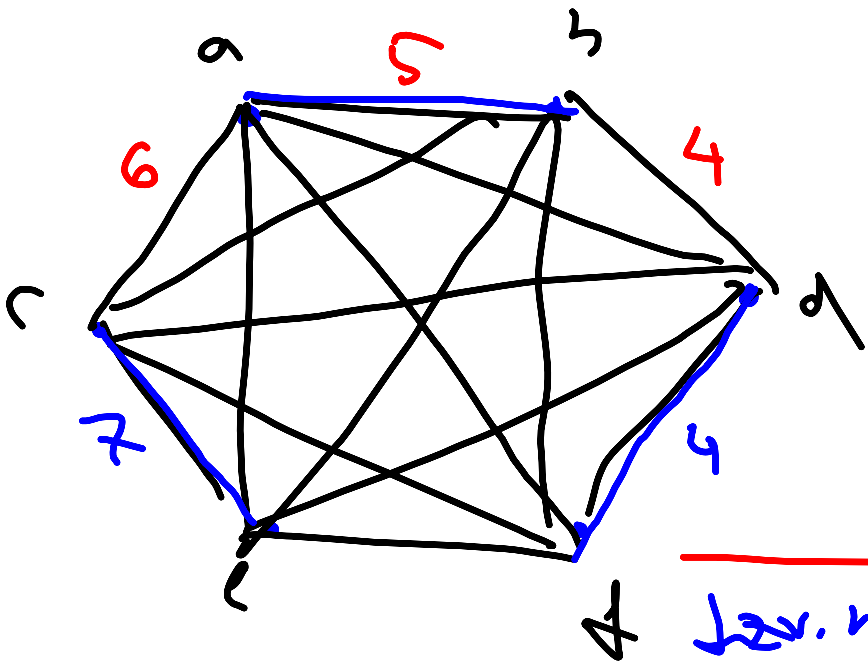
$\Rightarrow v - v_i, \dots v_{i-1}, v_i$ je delší než P (spor s max.)

P obsahuje všechny hrany z E: (kdyby ne, ex. $e \in E \setminus P$, $e = \{v_i, v_j\}$)



$\Rightarrow$ spor s max. P

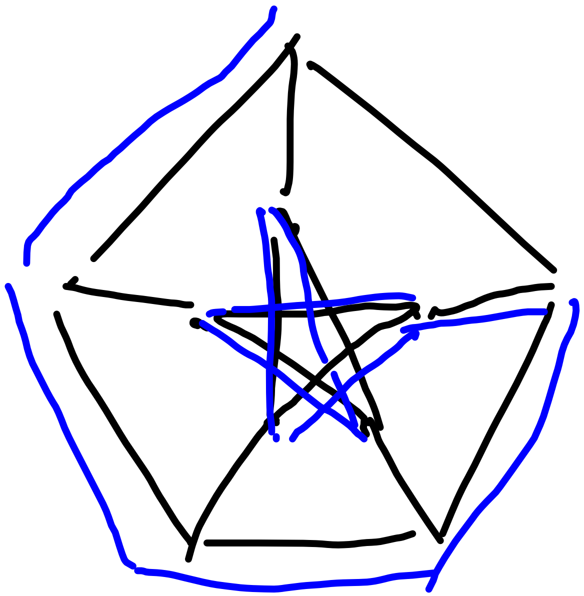




K_6

ohodnocení nejkratších cest

tzv. minimální párování



∀ strom $G = T$, $|V| \ge 2$ obs. ≥ 2 listy

Dk. buď P cesta v T max. délky

v — v_0 — … — v — … — v_k

1. možnost (jinak kružnice)

ukážeme, že v_0, v_k jsou listy

(kdyby ne $\Rightarrow \deg v_0 > 1 \Rightarrow$ ex. hrana $e \in E \setminus P$

- $e = \{v_0, v\}$ v neleží na P
- $e = \{v_0, v\}$ v leží na P $\Rightarrow$ kružnice v T spor.)

G je strom, v list $\Longleftrightarrow$ $G \setminus v$ je strom

G souvislý $\Longleftarrow$ $G \setminus v$ je souvislý

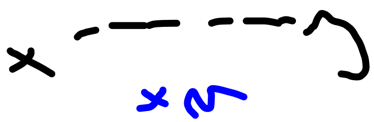
G bez kružnic $\Longrightarrow$ $G \setminus v$ je bez kružnic

$G \setminus v$ bez kružnic $\overset{?}{\Longrightarrow}$ G bez kružnic

(obměnou. stejná kružnice $\Longleftarrow$

)

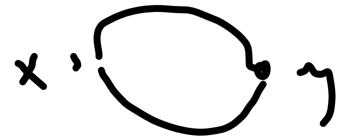
G souvislý $\Longrightarrow$ $G \setminus v$ je souvislý



Dk charakterizační věty:

(i) $\Rightarrow$ (ii) souvislost $\Rightarrow$ ≥ 1 cesta

>1 cesta $\Rightarrow$ kružnice



(i) $\Rightarrow$ (iii) indukcí: G, v list $\Rightarrow$ $G \setminus v$ strom

$\overset{IP}{\Rightarrow}$ vyjmutím hrany z $G \setminus v$ ztratíme souvislost $G \setminus v$, tedy i souvislost G,

stejně vyjmutím (jediné) hrany z v.

(i) $\Rightarrow$ (iv) souvislost $\Rightarrow$ $\forall x, y$ $\exists$ cesta z x do y,

přidáním hrany $\{x, y\}$ vznikne kružnici

(i) $\Rightarrow$ (v) indukcí! $G' = (V', E') = G \setminus v$ (v list)

IP: $|V'| = |E'| + 1$

$|V| = |V'| + 1$, $|E| = |E'| + 1$

$\Rightarrow |V| = |E| + 1$

(ii) $\Rightarrow$ (i) zřejmé

(iii) $\Rightarrow$ (i) – || – atd.

(iv) $\Rightarrow$ (i) přidáním hrany k G vznikne kružnice

$\Rightarrow$ i bez této hrany byl G souvislý

(v) $\Rightarrow$ (i) indukcí přes $n = |V|$

$n = 1$: $\circ$ je strom

IK: $G' = G \setminus m$, protože $|V| = |E| + 1$

$\Rightarrow |V'| = |E'| + 1 \overset{IP}{\Rightarrow} G' = (V', E')$ je

strom $\overset{\text{Lemma}}{\Longrightarrow}$ G je strom.