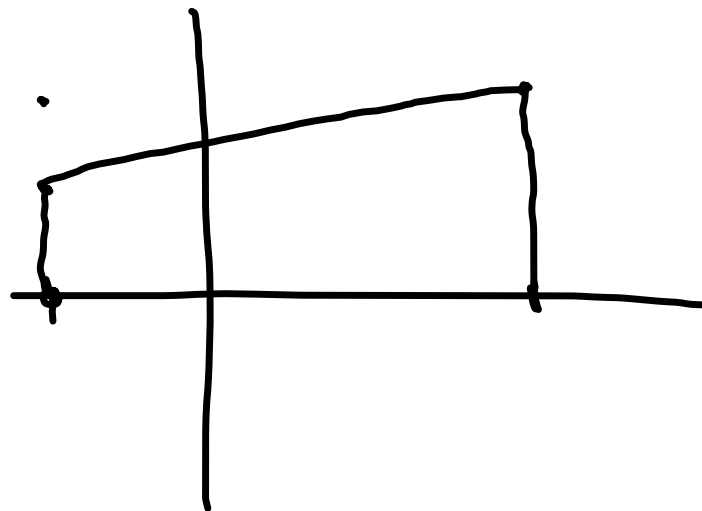


Příklad 43. Vypočítejte momenty setrvačnosti vzhledem k souřadným osám tenké homogenní rovinné lichoběžníkové desky s vrcholy v bodech $[-1, 0]$, $[2, 0]$, $[2, 2]$ a $[-1, 1]$.



- v ZOROC z přednášky
- dopočítat sami

Příklad 44. Hodnotu integrálu

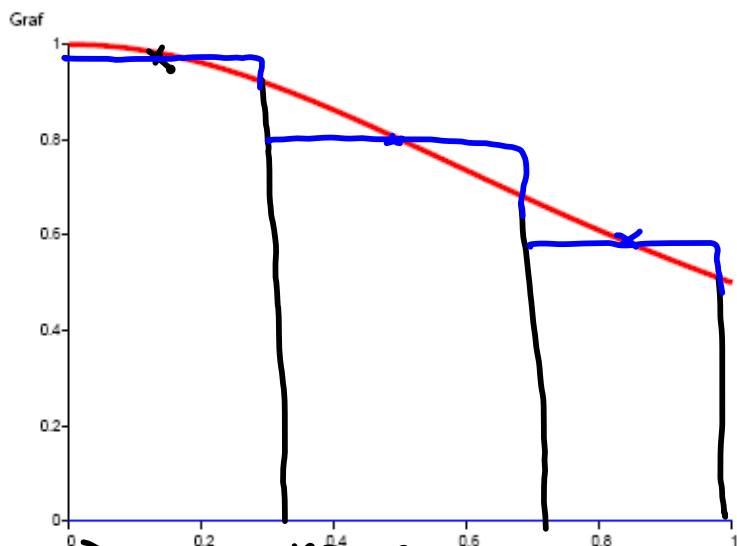
$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = [\arctg x]_0^1 =$$
$$= \frac{\pi}{4} \approx 0,7854$$

odhadněte pomocí

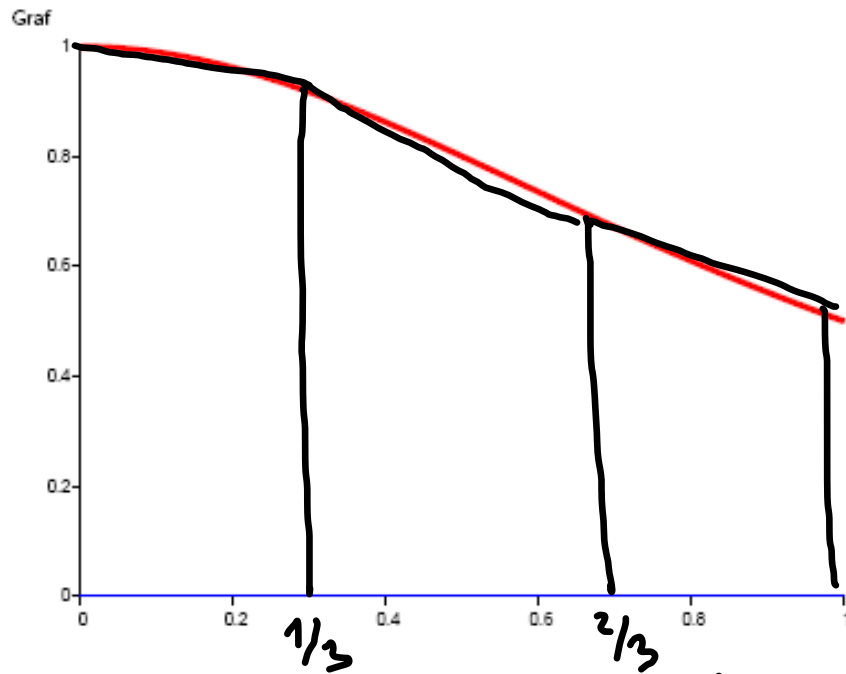
- (a) obdélníkového pravidla,
- (b) lichoběžníkového pravidla
- (c) Simpsonova pravidla,

přičemž zadaný interval rozdělte na 3 intervaly téže délky. Dosažené výsledky porovnejte s přesnou hodnotou a pomocí obrázku zdůvodněte míru nepřesnosti jednotlivých pravidel.

93



$$I_0 = f\left(\frac{1}{6}\right) \cdot \frac{2}{3} + f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3} + f\left(\frac{5}{6}\right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \left(\frac{9}{34} + \frac{4}{5} + \frac{9}{6} \right) \approx 0,7877$$



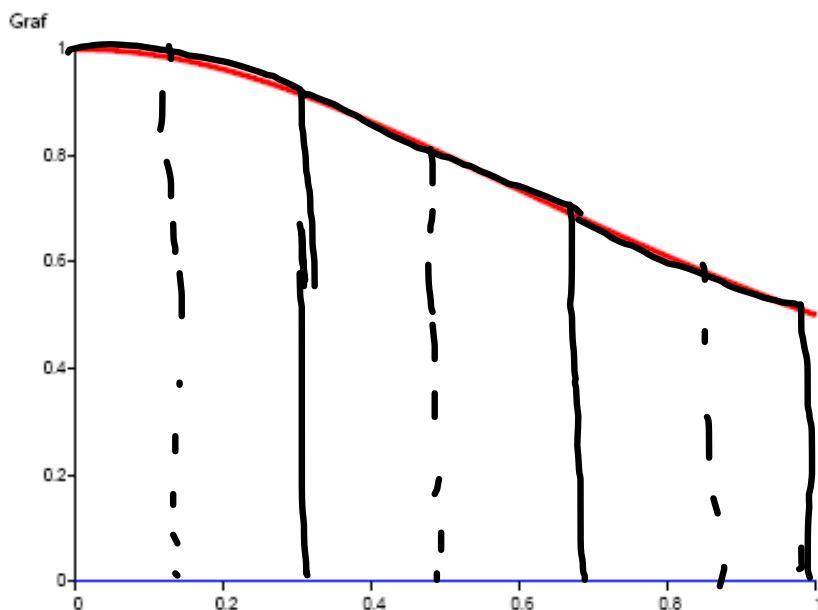
$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$I_2 = \underbrace{\frac{1}{3}}_{\text{výška}} \cdot \frac{1}{2} \left(f(0) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f(1) \right) =$$

$$= \frac{1}{6} \left(1 + 2 \cdot \frac{9}{10} + 2 \cdot \frac{9}{13} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6} \left(\frac{3}{2} + \frac{9}{5} + \frac{18}{13} \right)$$

$$\approx 0,7808$$

c)

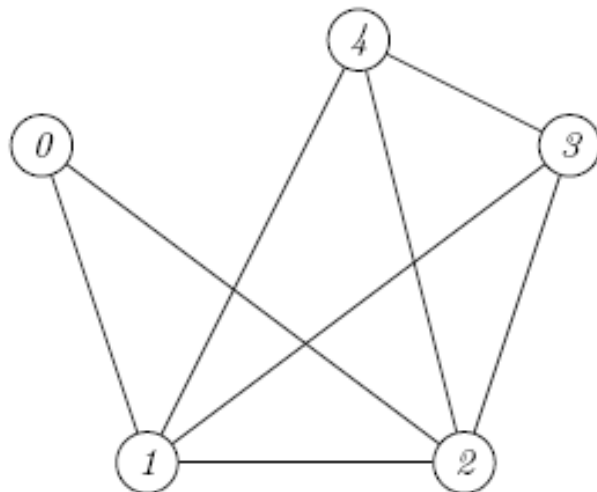


$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{1}{18} \left(f(0) + 4 \cdot f\left(\frac{1}{6}\right) + 2 \cdot f\left(\frac{1}{3}\right) + 4 \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) + 2 \cdot f\left(\frac{2}{3}\right) + \right. \\ \left. + 4 \cdot f\left(\frac{5}{6}\right) + f(1) \right) =$$

$$= \frac{1}{18} \left(1 + 4 \cdot \frac{36}{37} + 2 \cdot \frac{9}{10} + 4 \cdot \frac{4}{5} + 2 \cdot \frac{9}{13} + 4 \cdot \frac{36}{61} + \frac{1}{2} \right) = \\ \approx \frac{2,35619}{3} \approx 0,78539$$

Příklad 45. Pomocí matice souslednosti určete počet sledů délky 4 z vrcholu 0 do vrcholu 1 v následujícím grafu:



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \dots \text{počet sledů délky 1}$$

$$A^4 \dots \text{počet sledů délky 4} \left(\begin{matrix} \text{viz sagenb.org} \\ = 17 \end{matrix} \right)$$

A=M^4

A

evaluate

[14 17 17 18 18]
[17 34 33 26 26]
[17 33 34 26 26]
[18 26 26 25 24]
[18 26 26 24 25]

$$A[0,1] = 17$$

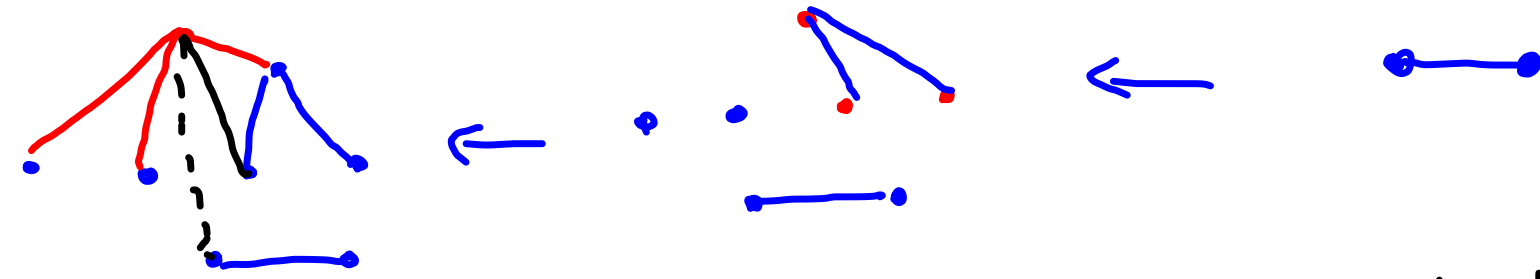
Příklad 46. Ověřte, zda daná posloupnost je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký graf s tímto skóre nakreslete.

(a) $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$ 5 vrcholů libvolno stupni $\Rightarrow 2 \nmid \sum \text{deg}(v) \Rightarrow$ není skóre

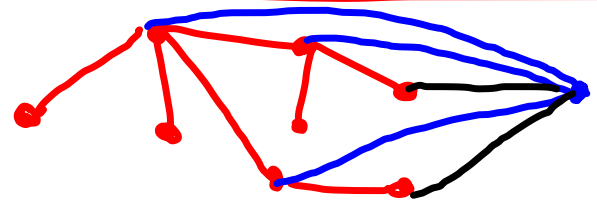
(b) $(1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 5)$

b) věta Havel - Madjari

$(1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4)$ setř. $\leftrightarrow (1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 2)$ $\leftrightarrow (0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0)$



potenciálně 2 neizomorfní grafy, v dalších květen i více!

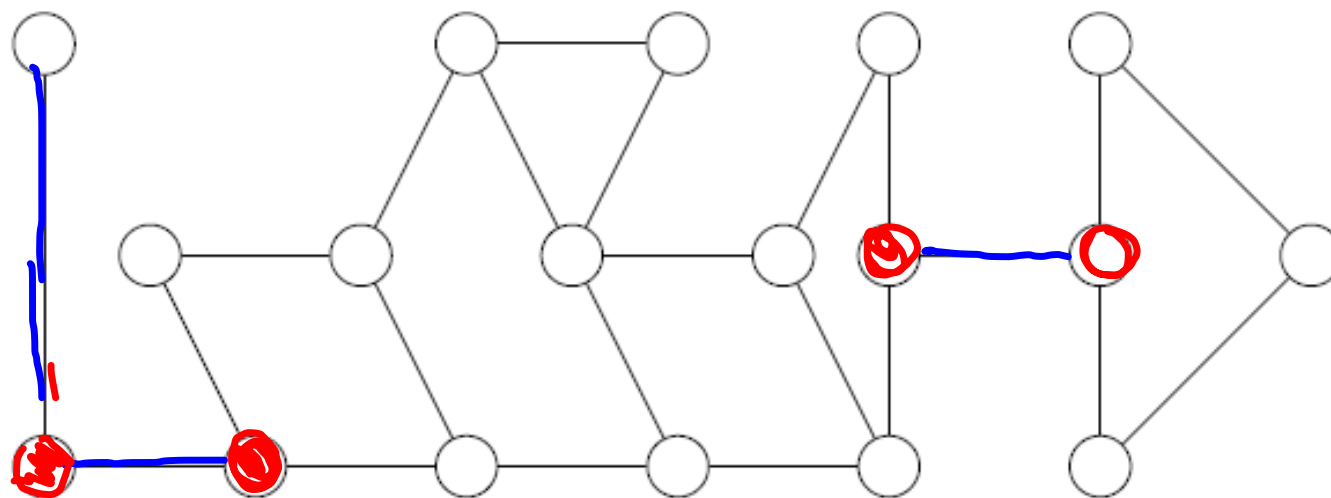


Příklad 47. *Nakreslete alespoň dva neizomorfní grafy mající skóre $(2, 3, 3, 3, 3, 3, 5)$.*

analogicky

Příklad 48. V grafu na obrázku najděte všechny mosty a artikulace.

most ... hrana, jejíž odstranění poruší souvislost
artikulace ... vrchol — " —

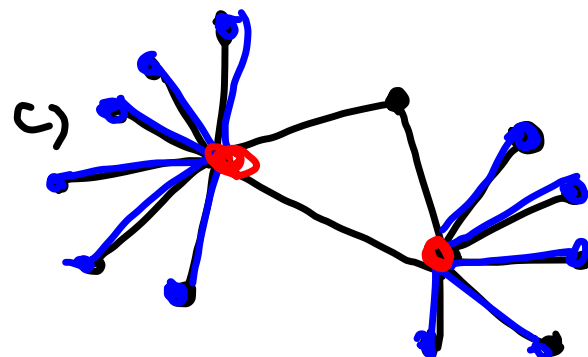
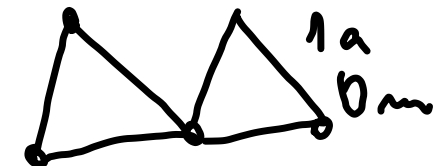
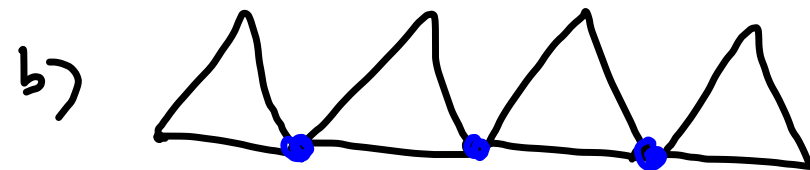
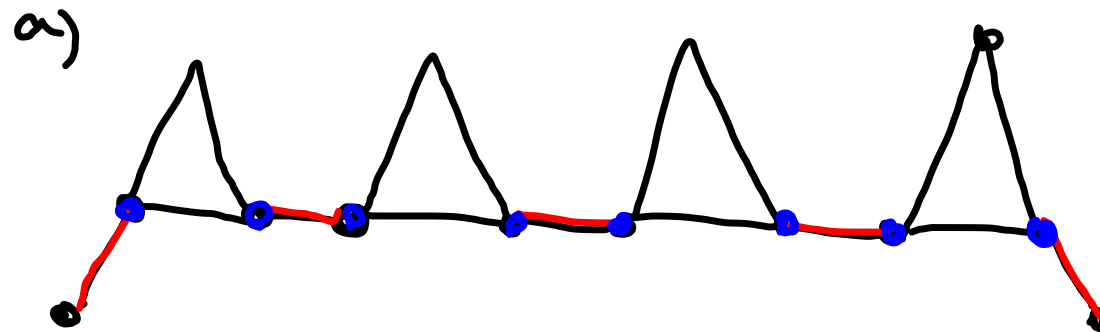
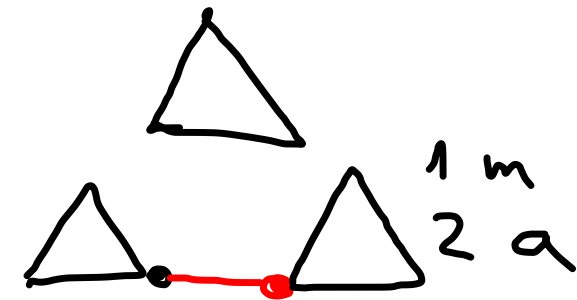


Příklad 49. Udejte příklad grafu, který obsahuje právě

(a) 8 artikulací a 5 mostů,

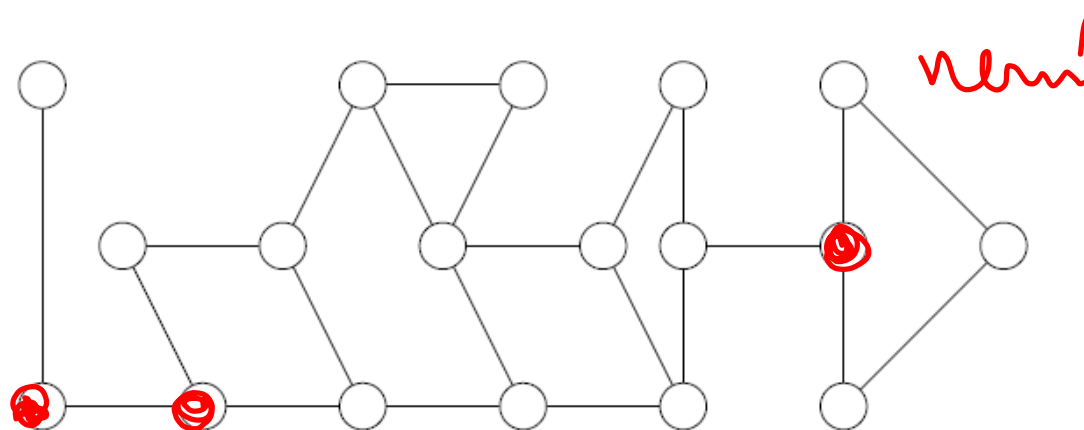
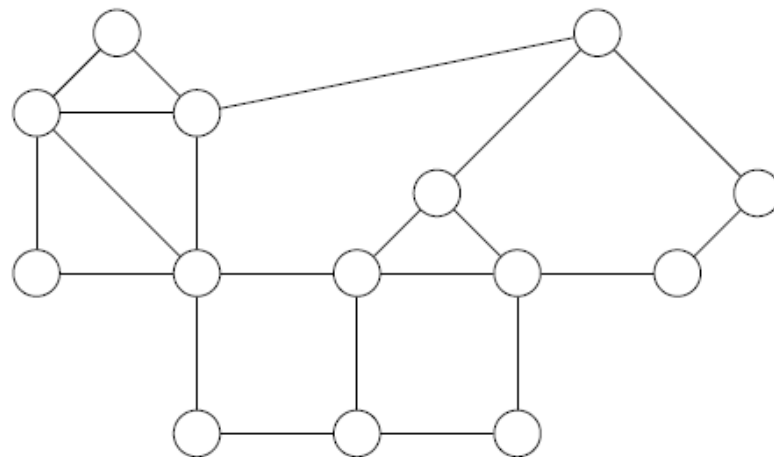
(b) 3 artikulace a 0 mostů,

(c) 2 artikulace a 11 mostů.



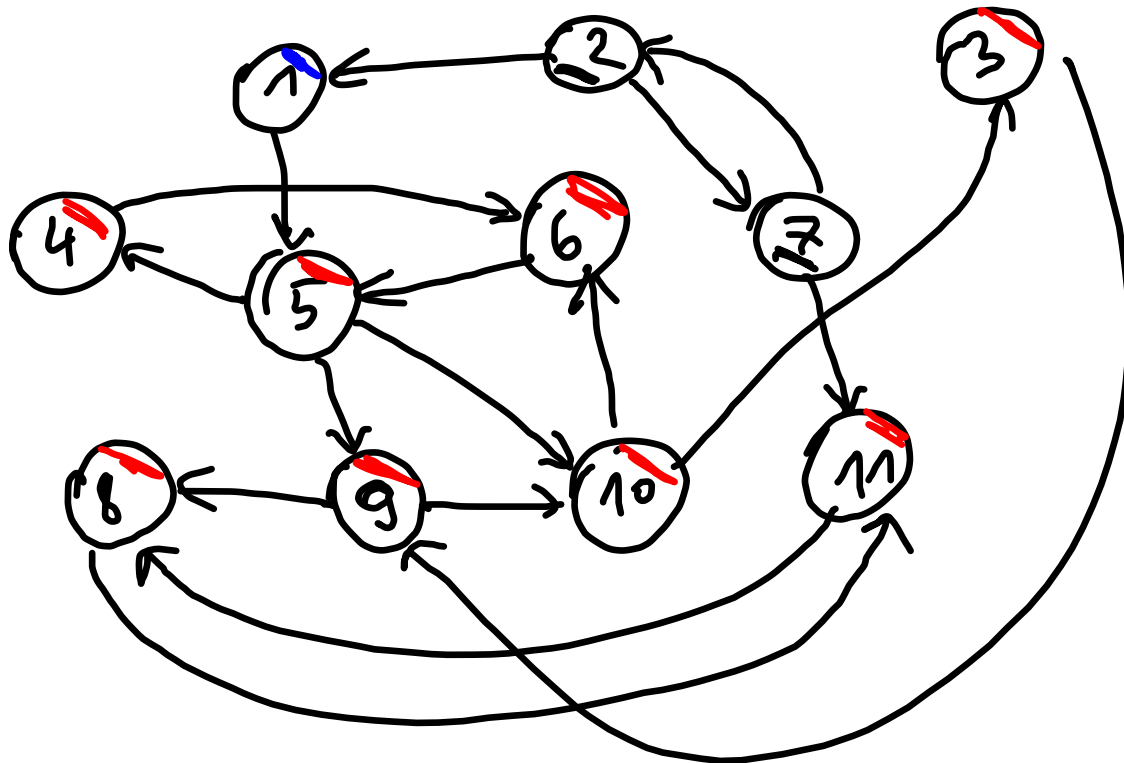
Příklad 50. Rozhodněte, zda jsou zobrazené grafy (vrcholově) 2-souvislé.

ano, lib. 2 vrcholy leží na spol. kružnici



Příklad 51. Najděte s využitím Tarjanova algoritmu silně souvislé komponenty v grafu $G = (V, E)$, kde $V = \{1, \dots, 11\}$ a množina hran E je dána výčtem

(1,5) (3,9) (5,9) (7,2) (9,8) (10,6)
 (2,1) (4,6) (5,10) (7,11) (9,10) (11,8)
 (2,7) (5,4) (6,5) (8,11) (10,3)



Handwritten notes on the right side of the graph:

- 9_{5,2} | 5_{2,2} |
- 5_{2,2}
- SCC
- 1_{1,1}
- 2_{1,10}
- 7_{1,10}
- 7_{1,10}

Handwritten notes at the bottom of the graph:

1_{1,1} | 5_{2,2} | 4_{3,3} | 6_{4,4} | 6_{4,2} | 4_{3,2} | 5_{2,2} | 9_{5,5} |
 8_{6,6} | 11_{7,7} | 8_{6,6} | 9_{5,5} | 10_{8,8} | 3_{9,9} | 3_{9,5} | 10_{8,5} | 10_{8,2}

Příklad 51. Najděte s využitím Tarjanova algoritmu silně souvislé komponenty v grafu $G = (V, E)$, kde $V = \{1, \dots, 11\}$ a množina hran E je dána výčtem

(1, 5) (3, 9) (5, 9) (7, 2) (9, 8) (10, 6)
 (2, 1) (4, 6) (5, 10) (7, 11) (9, 10) (11, 8)
 (2, 7) (5, 4) (6, 5) (8, 11) (10, 3)

$7_{1,1}$; $11_{2,2}$; $8_{3,3}$; $8_{3,2}$; $11_{2,2}$; $2_{4,4}$;
 $1_{5,5}$; $5_{6,6}$; $4_{7,7}$; $6_{8,8}$; $6_{8,6}$; $4_{7,6}$;
 $5_{6,6}$; $9_{9,9}$; $10_{10,10}$; $3_{11,11}$; $3_{11,9}$; $10_{10,9}$;
 $10_{10,6}$; $9_{9,6}$; $9_{9,2}$; $5_{6,2}$; $1_{5,2}$; $2_{4,2}$;
 $2_{4,1}$, $7_{1,1}$

