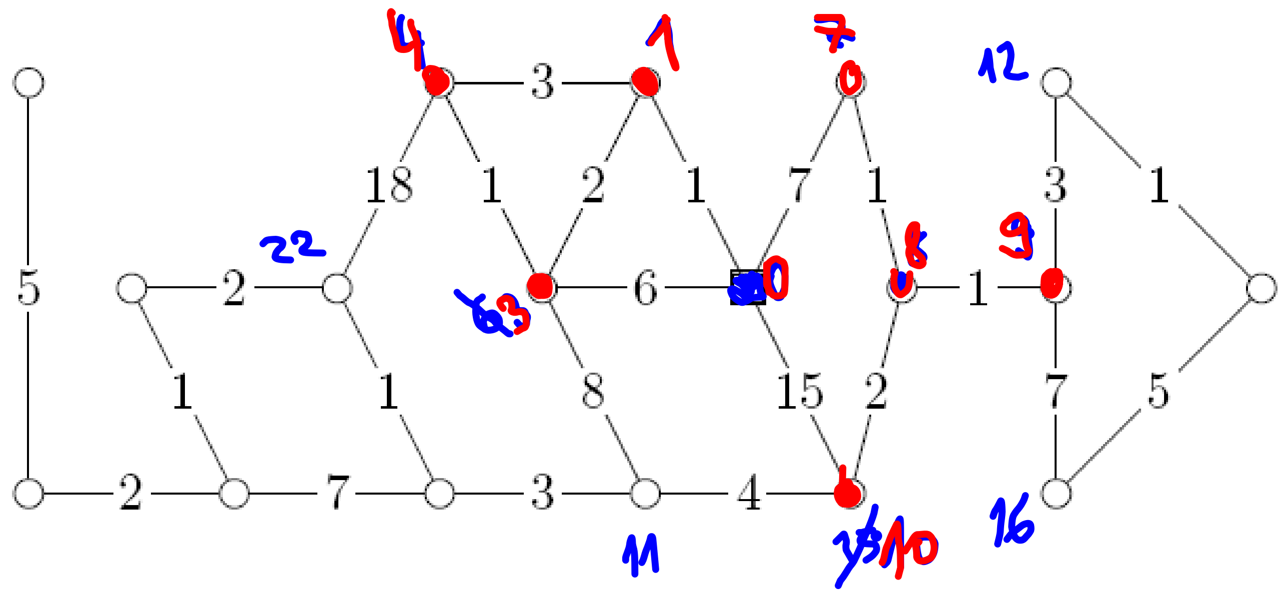
Příklad 52. *Užijte Dijkstrův algoritmus k nalezení nejkratších cest z vyznačeného vrcholu do všech ostatních vrcholů.*

0, 1, 3, 4, 7, 8, 9, 10, ...

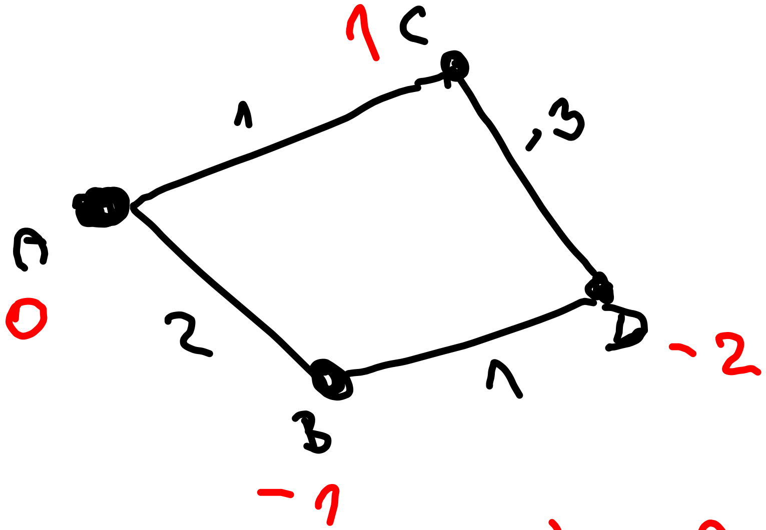


Příklad 53. *Udejte příklad*

(a) *grafu s alespoň 4 vrcholy, který neobsahuje cyklus záporné délky a na němž dá Dijkstrův algoritmus chybný výsledek.*

(b) *grafu s alespoň 4 vrcholy, který obsahuje (alespoň jednu) nezápornou hranu a přesto na něm dá Dijkstrův algoritmus správný výsledek.*

a)



A: C(1)
B(2)

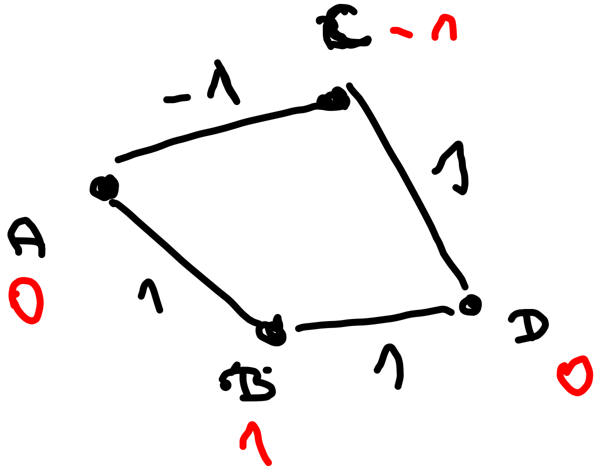
C: D(−2)

D: B(−1)

B: KONEC

přitom A → B → D → C
má Σ ohodnocení = 0.

b)



A : C(-1)
B(1)

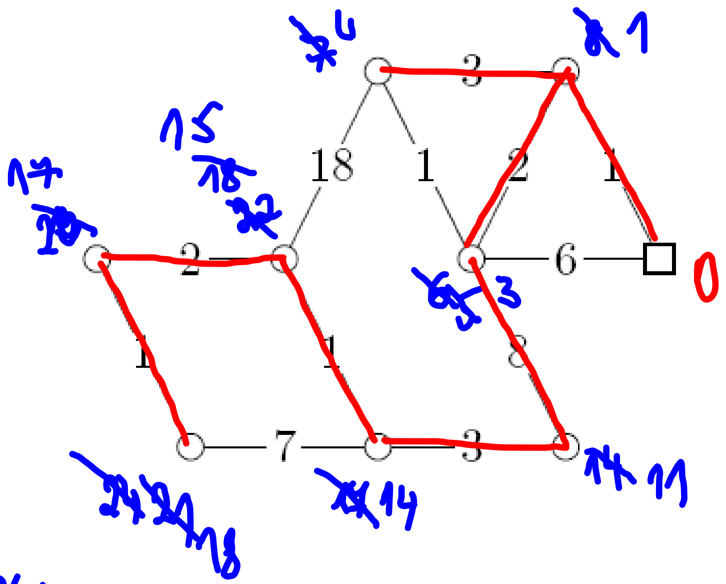
C : D(0)

D : beze změny

B : KONEC

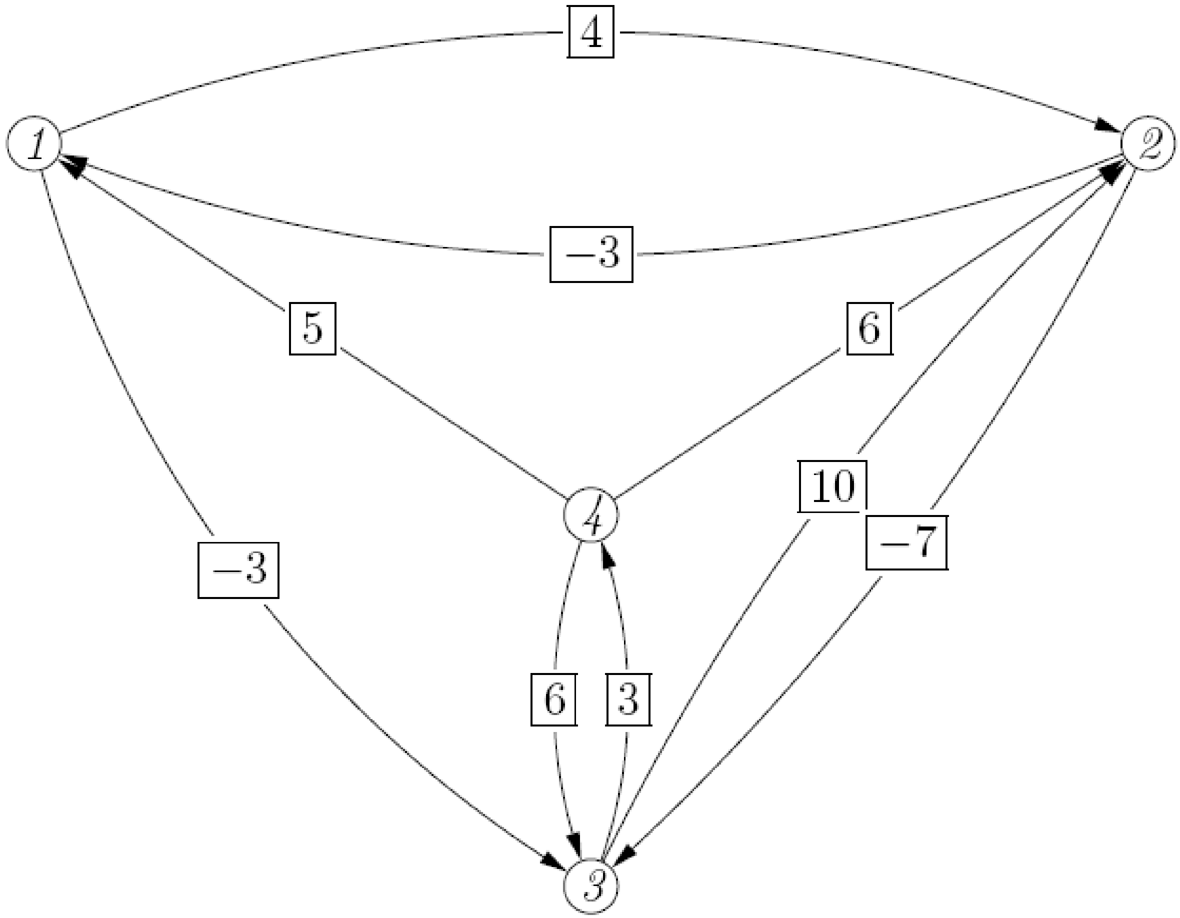
Příklad 54. *Užijte Bellman-Fordův algoritmus k nalezení nejkratších cest z vyznačeného vrcholu do všech ostatních vrcholů. Změňte ohodnocení hrany z 18 na -18, algoritmus proveďte s tímto novým grafem a ukažte, jak se detekují záporné cykly.*

$8 = |V| - 1$ krát relaxujeme podél všech hran



dodělány 4 kroky,

Příklad 55. *Uveďte Floydův algoritmus pro nalezení nejkratších cest mezi všemi dvojicemi vrcholů. Tento algoritmus použijte na orientovaný graf na obrázku. Jednotlivé mezivýpočty zapisujte do matic. Uveďte, jak se v průběhu výpočtu detekují cykly záporné délky.*



$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 & \infty \\ -3 & 0 & -7 & \infty \\ \infty & 10 & 0 & 3 \\ 5 & 6 & 6 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\{1\}} \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 & \infty \\ -3 & 0 & -7 & \infty \\ \infty & 10 & 0 & 3 \\ 5 & 6 & 2 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$\xrightarrow{\{1,2\}} \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 & \infty \\ -3 & 0 & -7 & \infty \\ 7 & 10 & 0 & 3 \\ 3 & 6 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\{1,2,3\}} \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -4 \\ 7 & 10 & 0 & 3 \\ 3 & 6 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\{1,2,3,4\}} \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -7 & -4 \\ 6 & 9 & 0 & 3 \\ 3 & 6 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

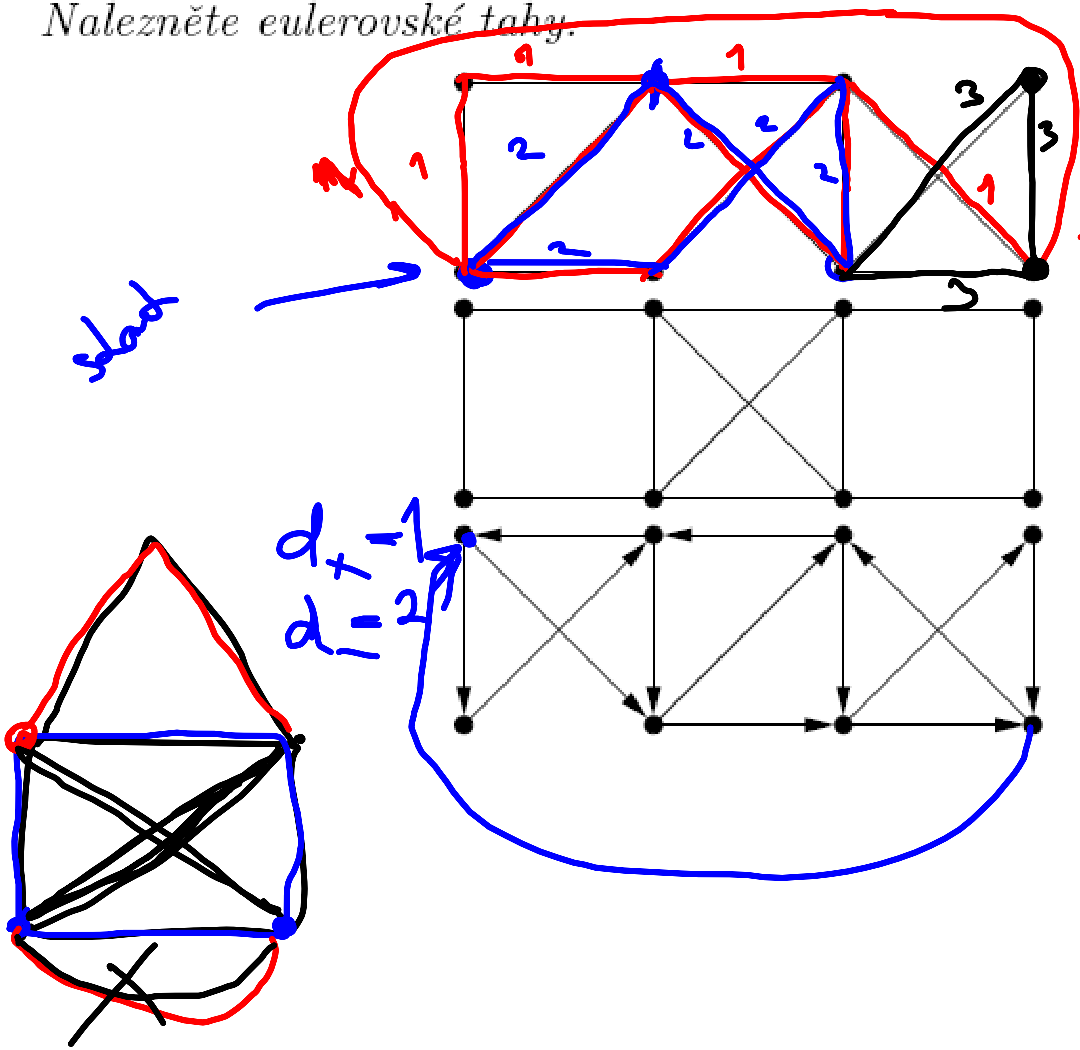
matice nejkr. cest

(na diag. 0 ⇒ není záp. cyk.)

matice předchůdců

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Příklad 56. *Rozhodněte, zda jsou následující grafy eulerovské. Pokud nejsou, doplňte je přidáním hran na eulerovské (je-li to možné). Nalezněte eulerovské tahy.*



není eulerovský
ex. eul. tah
~ přidaní hrana

start

eulerovský

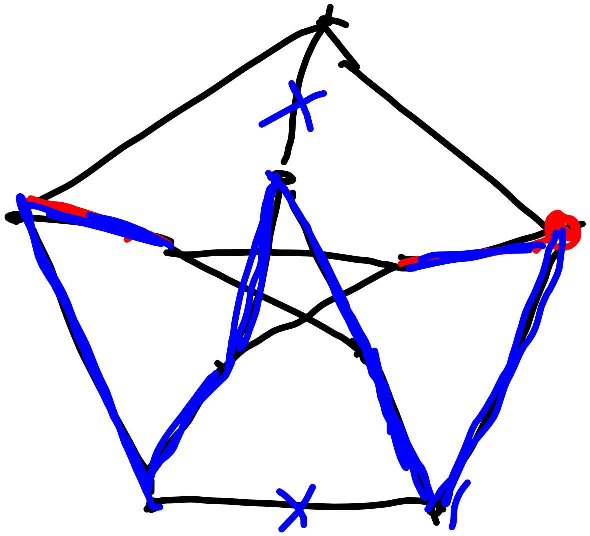
$d_+ = 1$
$d_- = 2$

není eulerovský

$d_+ = 2$
$d_- = 1$

Příklad 57. *Rozhodněte (a zdůvodněte), zda v Petersenově grafu existuje*

1. *hamiltonovská cesta,* ano
2. *hamiltonovská kružnice.* neexistuje

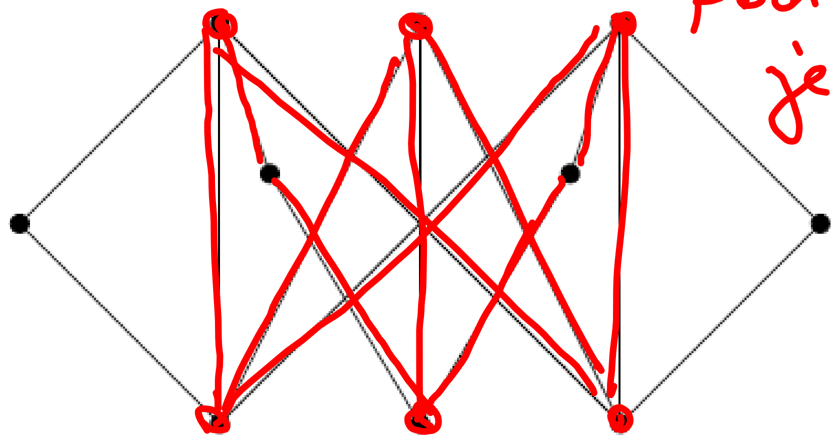


BÚNO začátek

– použijeme 2 nebo 4 „předodové" hrany

1. 2 hrany ⇒ 2 případy vedoucí ke sporu
2. 4 hrany ⇒ 1 případ vede ke sporu

Příklad 58. *Rozhodněte, zda je daný graf*

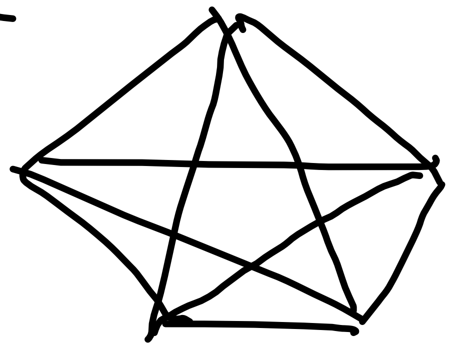


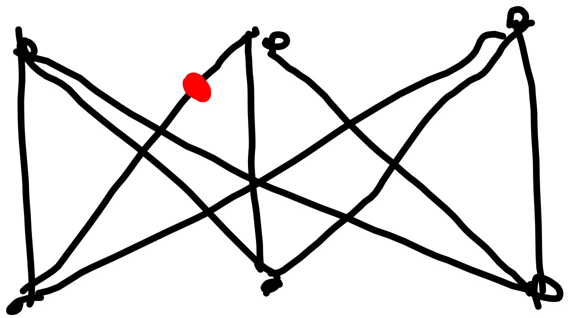
rovinný. Zdůvodněte.

není!

obsahuje podgraf, který je dělením $K_{3,3}$

K_5





$K_{3,3}$

Příklad 59. *Rozhodněte, zda existuje graf mající skóre* $(6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8)$. *Pokud ano, existuje i rovinný graf daného skóre?*

$(6,5,5,6,6,6,6,7,7) \rightarrow (5,5,6,6,6,6,6,7,7)$

$(5,4,5,5,5,5,5,6) \rightarrow (4,5,5,5,5,5,5,6)$

$(4,4,4,4,4,4,4)$

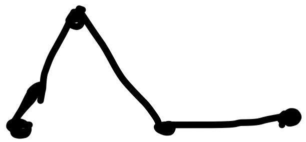
$\rightarrow (3,3,3,3,4,4)$

$(2,2,2,3,3)$

$(1,1,2,2)$

$(0,1,1)$

graf ex.



neex. rovinný ? Euler:

$|E| \le 3|V| - 6$

$|V| + |S| = |E| + 2$

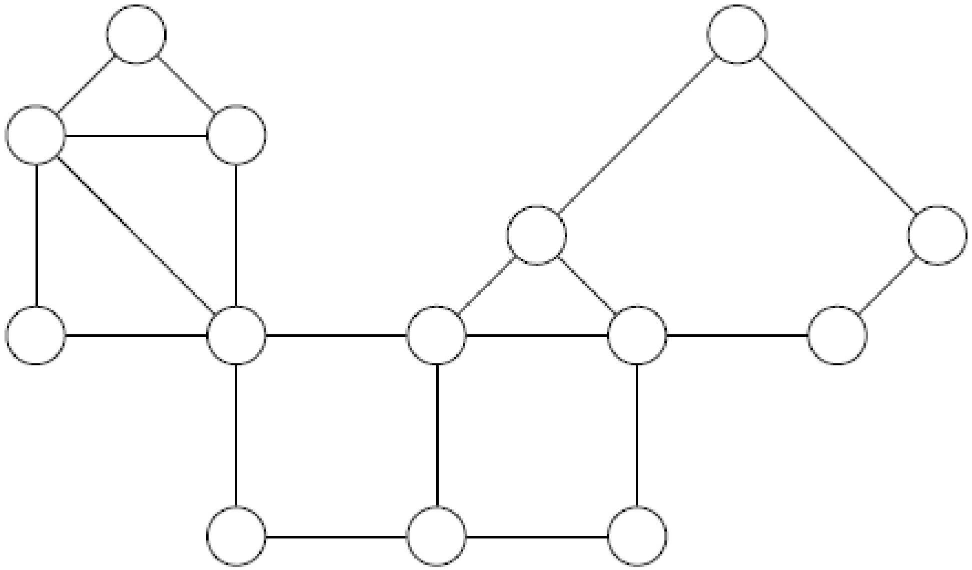
$|V| = 10 \quad |S| = 27$

$|E| = 35$

stěny

$2 \cdot |E| \ge 3 \cdot |S| \quad 70 \ge 81$ ↯

Příklad 60. *Rozhodněte, zda je daný rovinný graf maximální. Doplňte co nejvíce hran při zachování rovinnosti.*



není max., lze přidat 16 hran

$|E| \leq 3|V| - 6$

$= |E_{max}| = 36$

$|E| = 20$

$\Rightarrow$ lze 16 hran