PB165 Grafy a sítě: Plánování s komunikací

Plánování s komunikací

1. Popis problému
2. Plánování seznamem
3. Heuristiky mapování
4. Shlukovací heuristiky

Plánování s precedencemi: přehled

Příklady aplikací

- plánování komunikujících úloh s precedencemi
  - acyklický graf precedenčních závislostí mezi úlohami
  - přenos dat po skončení úlohy následující úlohám
- plánování acyklických workflows

Algorimy

- optimální (polynomiální složitost)
  - použitelné pouze pro velmi specializované problémy
  - obtížná rozšiřitelnost na obecné problémy
  - př. plánování na dvou procesorech, plánování stromů
- heuristické
  - plánování seznamem (list scheduling)
  - heuristiky mapování (mapping heuristics)
  - shlukovací heuristiky (clustering heuristics)

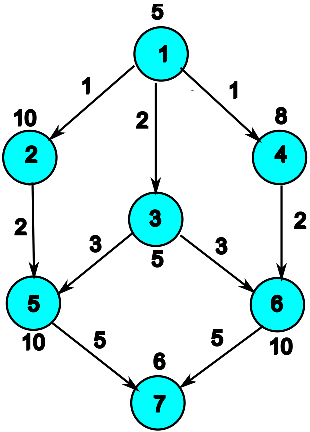
Úlohy a komunikace

Referenční doba trvání p_j úlohy j

Precedenční omezení $j1 \rightarrow j2$

Komunikace: $size_{j1,j2}$

- $size_{j1,j2}$: velikost přenesených dat mezi úlohami $j1$ a $j2$
- pokud existuje $j1 \rightarrow j2$, pak $size_{j1,j2} \geq 0$, jinak $size_{j1,j2} = 0$
- pokud jsou $j1$ a $j2$ zpracovány na stejném stroji, tak lze čas na komunikaci (a tedy i velikost přenášených dat) zanedbat

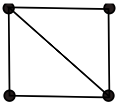


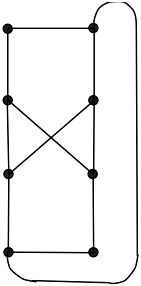
Hranově a vrcholově ohodnocený acyklický orientovaný graf

- vrcholy: úlohy
- orientované hrany: precedenční vztahy mezi úlohami
- ohodnocení hrany: velikost dat na komunikaci
- ohodnocení vrcholu: referenční doba trvání

Síť a komunikační zpoždění

- Topologie sítě: příklady





každý uzel grafu reprezentuje dual-core procesor

- $transrate_{i1,i2}$: přenosová rychlost mezi sousedními stroji $i1, i2$
- $setupmesg_i$: (inicializační) doba na poslání zprávy strojem i
- Komunikační zpoždění $c(j1, j2, i1, i2)$ pro poslání dat z úlohy $j1$ úloze $j2$ ze stroje $i1$ na sousední stroj $i2$

$$c(j1, j2, i1, i2) = \frac{size_{j1,j2}}{transrate_{i1,i2}} + setupmesg_{i1}$$

Doba provádění, optimalizace

- $speed_i$: rychlost zpracování strojem i
- $setuptask_i$: (inicializační) doba na nastartování úlohy na stroji i
- Doba provádění p_{ij} úlohy j na stroji i:

$$p_{ij} = \frac{p_j}{speed_i} + setuptask_i$$

- Objektivní funkce (performance measure)
  - minimalizace makespan (čas dokončení poslední úlohy)
  - do makespan se započítává:
    doba provádění + komunikační zpoždění

Plánování seznamem (list scheduling)

Plánování seznamem = jednoduchý efektivní algoritmus

- založeno na seřazení úloh v prioritní frontě
- složitost algoritmu závisí na výpočtu
  - priority určující pořadí spuštění úloh
  - metody výběru stroje (pro danou úlohu)

Používán i při plánování úloh bez precedencí, kde priorita dána

- pořadím přicházejích úloh
- úrovní paralelismu
- délkou trvání
- vlastníkem úlohy
- ...

Základní algoritmus plánování seznamem

Algoritmus parametrizován funkcemi

- výpočet priority P
- výběr stroje M

Plánování seznamem(P, M)

1. každé úloze j přiřazena priorita pomocí $P(j)$

   prioritní fronta inicializována úlohami bez předchůdců

   úlohy ve frontě řazeny v klesajícím pořadí dle priority
2. pokud existuje volný stroj a fronta je neprázdná, prováděj:
   1. jakmile provedeni všichni přímí předchůdci nějaké úlohy, tak je úloha přidána dle priority do fronty
   2. odebrána první úloha z fronty
   3. volný procesor je vybrán pro spuštění úlohy j pomocí $M(j)$

Algoritmus plánování seznamem a aktuální čas t

Při plánování seznamem je nutné pracovat s aktuálním časem t

- rozšíříme základní algoritmus tak, aby byla práce s časem zřejmá

Plánování seznamem včetně času(P, M)

1. inicializace aktuálního času $t = 0$
2. každé úloze j přiřazena priorita pomocí $P(j)$
   prioritní fronta inicializována úlohami bez předchůdců
   úlohy ve frontě řazeny v klesajícím pořadí dle priority
3. pokud existuje volný stroj a fronta je neprázdná, prováděj:
   1. $t =$ nejdřívější čas, kdy je nějaký stroj volný
   2. jakmile provedeni všichni přímí předchůdci $j_1, \ldots, j_k$ nějaké úlohy j_0, tj. $\forall l = 1..k : C_l \leq t$
      tak je úloha j_0 přidána dle priority $P(j_0)$ do fronty
   3. odebrána první úloha (j) z fronty
   4. volný procesor je vybrán pro spuštění úlohy j pomocí $M(j)$
      startovní čas S_j úlohy j je t

Priority pro plánování seznamem

Délka cesty přes uzly $j_1, j_2 \ldots j_n$:

$$w1 \sum_{j=1}^{n} p_j + w2 \sum_{j=1}^{n-1} size_{j,j+1}$$

$w1, w2$: koeficienty určující poměr mezi dobou trvání a velikostí přenesených dat

Počáteční uzly *Begin*: uzly bez předchůdců
Koncové uzly *End*: uzly bez následníků

Výpočet priority $P(j_0)$ uzlu j_0 (příklady)

- úroveň (level) bude dále používána pro výpočet priority
  délka nejdelší cesty z uzlu j_0 do koncového uzlu

$$P(j_0) = \max_{\substack{\forall (j_0, j_1, \ldots, j_k): \\ (\forall l\ 0 \le l < k:\ j_l \to j_{l+1}), (j_k \in End)}} w1 \sum_{j=0}^{k} p_j + w2 \sum_{j=0}^{k-1} size_{j,j+1}$$

- ko-úroveň (co-level)
  délka nejdelší cesty z počátečního uzlu do uzlu j_0

Zanedbání komunikace, výběr stroje M

Zanedbání doby na komunikaci:

- pokud máme $j1 \rightarrow j2$ a úlohy $j1$ a $j2$ jsou prováděny na stejném stroji, tak dobu na komunikaci zanedbáme

Značení: koncový čas C_{ij} úlohy j při zpracování na stroji i

Výběr stroje $M(j)$ pro úlohu j:

- pro provádění úlohy jsou vybírány pouze volné stroje
- pro provádění úlohy j je vybrán stroj i, na kterém bude úloh j dokončena nejdříve

$$C_j = \min_{\forall i \,:\, volny(i)} C_{ij}$$

- v případě více možností je vybrán stroj s nejmenším indexem
- pozor: při výpočtu koncového času úloh, je třeba brát v úvahu, zda na některém stroji nedojde k zanedbání komunikace

Zjednodušení modelu plánování

Předpokládejme, že

- doba na poslání dat z úlohy $j1$ na úlohu $j2$ nezávisí na tom, mezi kterými stroji budeme data posílat a odpovídá přímo $size_{j1,j2}$

$$c(j1, j2, i1, i2) = c(j1, j2) = size_{j1,j2}$$

- $w1 = w2 = 1$
- všechny stroje i mají stejnou jednotkovou rychlost

$$speed_i = 1$$

- doba na nastartování úlohy $setuptask_i$ na stroji i je zanedbatelná

$\Rightarrow$ Doba provádění úlohy j není závislá na stroji, tj.

$$p_{ij} = \frac{p_j}{speed_i} + setuptask_i = p_j$$

budeme tedy pro značení doby trvání úlohy j používat pouze p_j

$\Rightarrow$ Úlohy lze plánovat přímo podle dle zadané p_j a $size_{j1,j2}$

Koncový čas C_{ij} úlohy j při zpracování na volném stroji i

C_{ij} spočítán na základě

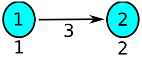
- aktuálního času t (čas, ve kterém úlohu j odebíráme z fronty)
- doby provádění p_j
- komunikace s předchůdci $j1$ ($j1 \rightarrow j$), kteří nebyli prováděni na stroji i

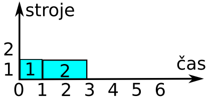
$$\text{pro } volny(i) : C_{ij} = t + p_j + \sum_{\substack{\forall j1 : j1 \rightarrow j, \\ j1 \text{ prováděna na stroji i1}, i1 \neq i}} size_{j,j1}$$

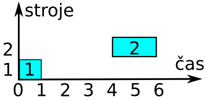
Tj. uvažujeme možné zanedbání komunikace

- úloha je ve frontě až v okamžiku, když jsou všichni předchůdci dopočítáni tj. známe jejich stroj a víme, zda dojde k zanedbání komunikace

Příklad: $t = 1$







se zanedbáním komunikace (na stejném stroji)

bez zanedbání komunikace (na různých strojích)

Výběr stroje: algoritmus (shrnutí)

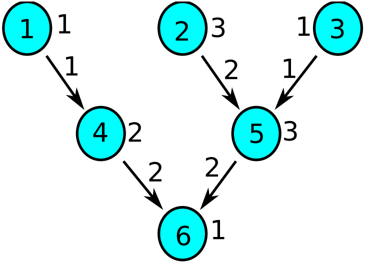
Výběr stroje $M(j)$ pro úlohu j v čase t

1. $C_j = MaxNumber$
2. REPEAT
   1. $i =$ nejmenší index dosud neprozkoumaného volného stroje
   2. spočítáme koncový čas C_{ij} úlohy j na stroji i
      $$C_{ij} = t + p_j + \sum_{\substack{\forall j1 : j1 \to j, \\ j1 \text{ prováděna na stroji i1}, i1 \neq i}} size_{j,j1}$$
   3. pokud je koncový čas na stroji i lepší,
      tak je i novým kandidátem na zpracování úlohy j
      IF $C_{ij} < C_j$ THEN $M(j) = i$

   UNTIL jsme neprošli všechny volné stroje

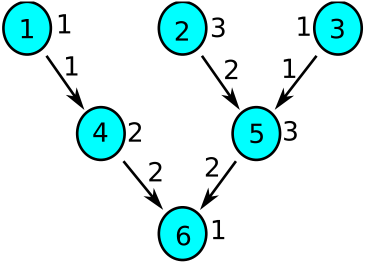
Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



Plánování seznamem: příklad

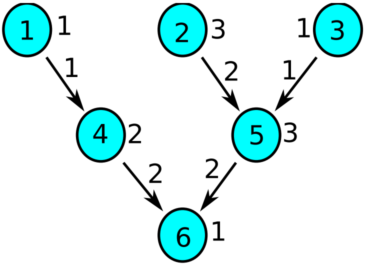
Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



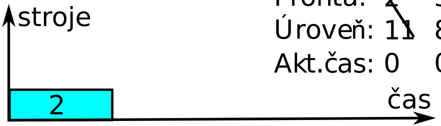
Fronta:	2	3	1
Úroveň:	11	8	7
Akt.čas:	0	0	

Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí

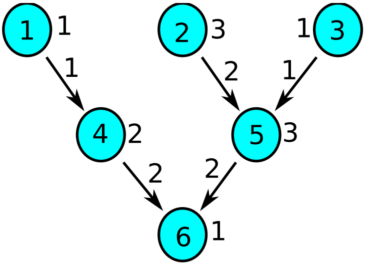


Fronta:	~~2~~	3	1
Úroveň:	~~11~~	8	7
Akt.čas:	0	0	

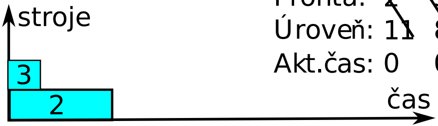


Plánování seznamem: příklad

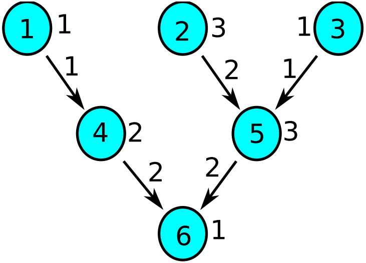
Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



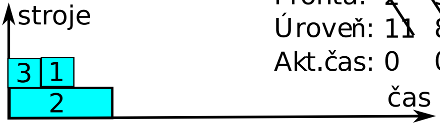
Fronta:	~~2~~	~~3~~	1
Úroveň:	~~11~~	~~8~~	7
Akt.čas:	0	0	1



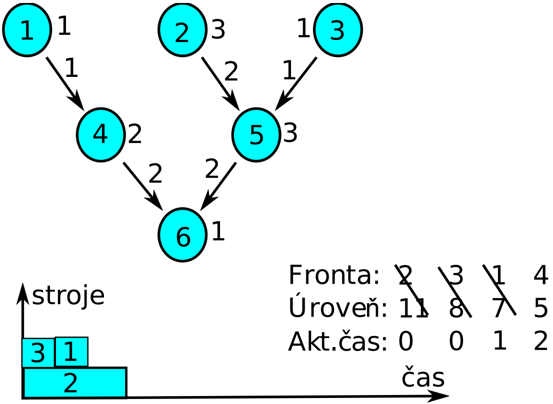
Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



Fronta:	~~2~~	~~3~~	~~1~~
Úroveň:	~~11~~	~~8~~	~~7~~
Akt.čas:	0	0	1

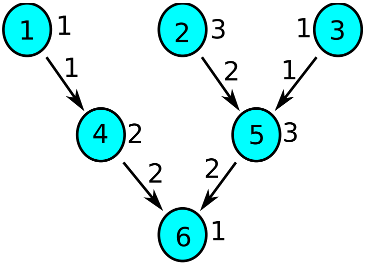


Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



Plánování seznamem: příklad

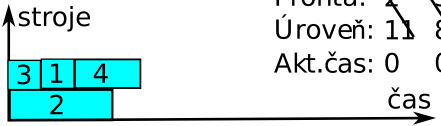
Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



komunikace zanedbána:

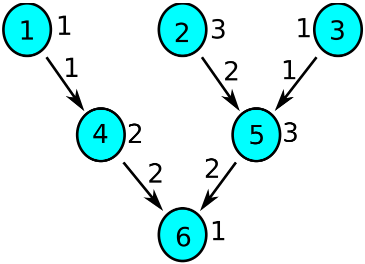
1->4

Fronta:	~~2~~	~~3~~	~~1~~	~~4~~
Úroveň:	~~11~~	~~8~~	~~7~~	~~5~~
Akt.čas:	0	0	1	2



Plánování seznamem: příklad

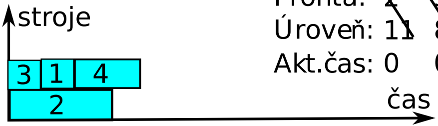
Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



komunikace zanedbána:

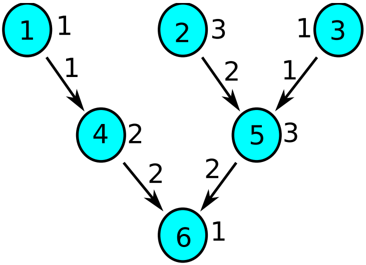
1->4

Fronta:	~~2~~	~~3~~	~~1~~	~~4~~	5
Úroveň:	~~11~~	~~8~~	~~7~~	~~5~~	6
Akt.čas:	0	0	1	2	3



Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí

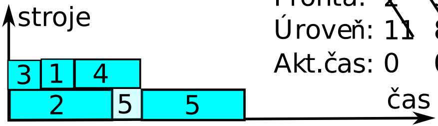


komunikace zanedbána:

1->4

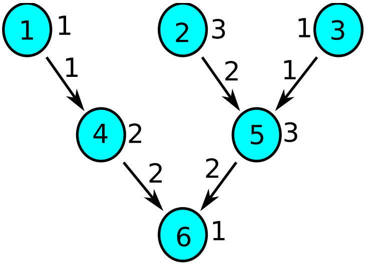
2->5

Fronta:	~~2~~	~~3~~	~~1~~	~~4~~	~~5~~
Úroveň:	~~11~~	~~8~~	~~7~~	~~5~~	~~6~~
Akt.čas:	0	0	1	2	3



Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí

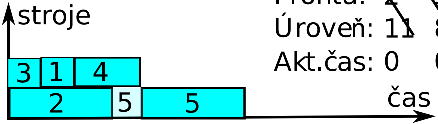


komunikace zanedbána:

1->4

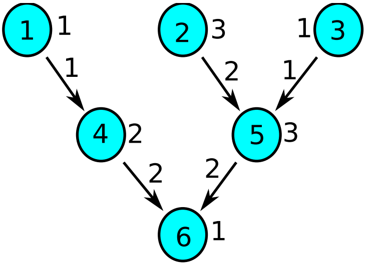
2->5

Fronta:	~~2~~	~~3~~	~~1~~	~~4~~	~~5~~	6
Úroveň:	~~11~~	~~8~~	~~7~~	~~5~~	~~6~~	1
Akt.čas:	0	0	1	2	3	7



Plánování seznamem: příklad

Plánování 6 úloh zadaných grafem na 2 stroje se stejnou rychlostí



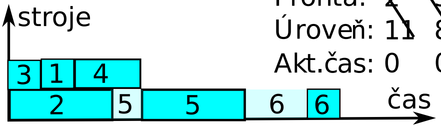
komunikace zanedbána:

1->4

2->5

5->6

Fronta:	~~2~~	~~3~~	~~1~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~
Úroveň:	~~11~~	~~8~~	~~7~~	~~5~~	~~6~~	~~1~~
Akt.čas:	0	0	1	2	3	7



- tmavší obdélníky v rozvrhu znázorňují dobu, kdy úloha běží
- světlejší obdélníky odpovídají době na komunikaci pro danou úlohu
  - pro 5: komunikace 3 $\longrightarrow$ 5, pro 6: komunikace 4 $\longrightarrow$ 6

Plánování seznamem: cvičení

Vyřešte následující problém plánování s komunikací a s precedencemi pomocí plánování seznamem:

- jsou dány 2 stroje se stejnou rychlostí
- je dáno 6 úloh s dobou trvání
  $p_1 = 1, p_2 = 1, p_3 = 2, p_4 = 1, p_5 = 2, p_6 = 1$
- jsou dány precedence: $1 \to 2, 2 \to 4, 4 \to 6, 1 \to 3, 3 \to 5, 5 \to 6$
- $size_{i1,i2}$ reprezentuje dobu na přenos dat a je zadán takto:
  $size_{1,2} = 1, size_{2,4} = 3, size_{4,6} = 1,$
  $size_{1,3} = 2, size_{3,5} = 4, size_{5,6} = 2$

Plánování seznamem: diskuse

Výběr úlohy s nejvyšší úrovní = výběr úlohy na kritické cestě

Problémy při použití heuristiky

- snadno může dojít ke změně kritické cesty: důsledkem toho, že
  - $\Leftarrow$ komunikační zpoždění závisí na alokaci úlohy na stroj
  - $\Leftarrow$ např. při alokaci na stejné stroje se zanedbatelným zpožděním nebo při nestejnoměrné vzdálenosti strojů (a počtu hopů)

Řada heuristik založena na principu (několika) prioritních front

- rozsáhlé modifikace priorit a metod výběru stroje

  umožňují zachytit různé charakteristiky systému
- např. produkční plánovací systémy pro plánování úloh na počítačích PBSPro, SGE

Heuristiky mapování (mapping heuristics)

- Modifikace plánování seznamem
- Více uvažovány reálné parametry:
  - topologie sítě, rychlost procesoru, přenosová rychlost, ...
- Doba provádění úlohy i na stroji j

$$p_{ij} = \frac{p_i}{speed_j} + setuptask_j$$

- Komunikační zpoždění

$$c(j1, j2, i1, i2) = \left(\frac{size_{j1,j2}}{transrate} + setupmesg \right) \times hops_{i1,i2} + contdelay_{i1,i2}$$

  - předpokládán konstantní *transrate* a *setupmesg*
  - $hops_{i1,i2}$: počet hopů mezi stroji $i1$ a $i2$, (délka nejkratší cesty mezi stroji při jednotkovém ohodnocení hran)
  - $contdelay_{i1,i2}$: zpoždění dané zatížením linky mezi $i1$ a $i2$ (*contention delay*)

Heuristiky mapování (mapping heuristics)

- Konstruována a udržována směrovací tabulka obsahující
  - odhadované hodnoty p_{ij} a $c(j1, j2, i1, i2)$
  - pro každý procesor
    - počet hopů, preferovaná linka pro daný cíl, zpoždění dané zatížením
- Úlohy plánovány podle nejvyšší úrovně, v případě nejednoznačnosti vybrána úloha s větším množstvím přímých následníků
- Jakmile jsou dokončeni všichni předchůdci úlohy, tak je úloha naplánována na stroj, kde nejdříve skončí
- Koncový čas úlohy na stroji spočítán z
  - rychlost procesoru, přenosová rychlost, vybraná linka, počet hopů, zpoždění dané zatížením linky

Plánování se shlukovacími heuristikami (clustering heuristics)

- Plánování řeší
  1. umístění úloh na stroje
  2. seřazení úloh na stroji / umístění úloh v čase

- Shlukovací heuristiky: primárně řeší umístění (alokaci) úloh na stroje
- Následné naplánování úloh v čase na vybraný stroj je realizováno jednoduchou aplikací plánování seznamem

- Shluk: množina úloh, která bude prováděna na stejném stroji

Princip plánování založeného na shlukování

1. Shlukování úloh na nelimitovaný počet plně propojených procesorů
2. Namapování shluků a jejich úloh na daný počet procesorů (m) provedením následujících operací
   1. spojování shluků: pokud je počet shluků vyšší než m
   2. fyzické mapování shluků: přiřazení shluků na procesory tak, aby byla minimalizována komunikace
      (na této úrovni uvažována reálná konektivita mezi stroji)
   3. uspořádání úloh: úlohy jsou na stroji prováděny tak, by byly splněny závislosti mezi úlohami,
      např. pomocí zjednodušeného plánování seznamem na jeden stroj

Shlukování

- Shlukování
  - bez backtrackingu (abychom se vyhnuly vysoké složitosti), tj. jakmile jsou jednou shluky spojeny nelze je zpětně rozpojit
- Iniciálně: jedna úloha = jeden shluk
- Typický krok heuristiky shlukování
  - spojení shluků + vynulování hrany, která je spojuje
  - vynulování hrany: úlohy prováděny na stejném procesoru, kde je čas na komunikaci zanedbatelný
- Kritérium pro výběr hrany na nulování

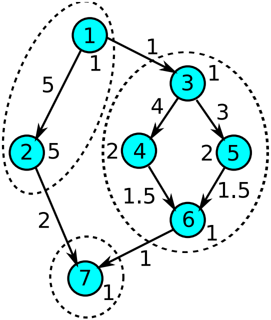
  redukce tzv. paralelního času rozvrhu

Naplánovaný graf úloh

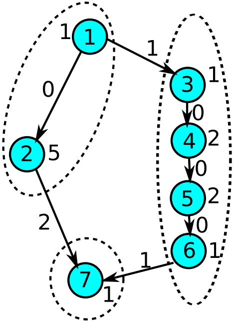
Naplánovaný graf úloh

- graf úloh zahrnující aktuální vynulování hran ve shluku
- úlohy v jednom shluku jsou seřazeny (jako na procesoru) dle nejvyšší úrovně

původní graf úloh se 3 shluky



naplánovaný graf úloh



Paralelní čas a dominantní posloupnost

- Připomenutí: délka cesty přes uzly $j_1, j_2 \ldots j_n$:

$$w1 \sum_{j=1}^{n} j_i + w2 \sum_{j=1}^{n-1} size_{j,j+1}$$

- Dominantní posloupnost:

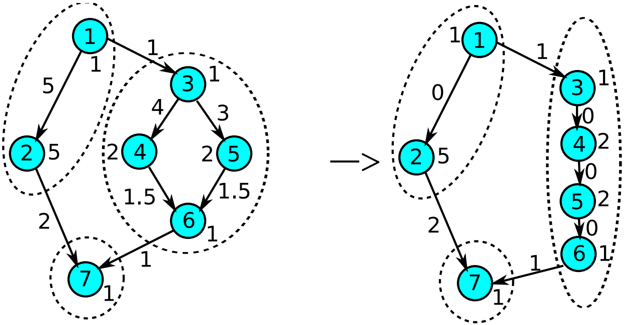
  nejdelší cesta v naplánovaném grafu úloh

- Paralelní čas rozvrhu:

  doba nutná na provedení dominantní posloupnosti

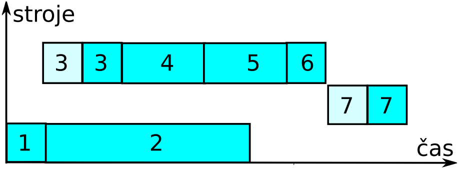
- Pokud $w1 = w2 = 1$ a $size_{j1,j2}$ reprezentuje dobu na přenos mezi $j1, j2$
  $\Rightarrow$ délka cesty odpovídá době na provedení úloh na cestě
  $\Rightarrow$ paralelní čas rozvrhu = délka cesty dominantní posloupnosti

Dominantní posloupnost: příklad



Dominantní posloupnost 1,3,4,5,6,7 s délkou 10, tj. paralelní čas rozvrhu je 10

Odpovídající rozvrh na 3 strojích:



Algoritmus shlukování

Shlukování

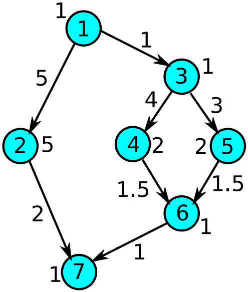
1. Inicializace: všechny hrany označeny jako nevyzkoušené
   každá úloha tvoří jeden shluk
2. Seřazení všech hran $(j1, j2)$ v grafu úloh v klesajícím pořadí dle komunikační ceny $(size_{j1,j2})$
3. REPEAT
   1. vynulování největší nevyzkoušené hrany v seřazeném seznamu, pokud nevzroste paralelní čas
   2. hrana je označena jako vyzkoušená
   3. když jsou spojeny dva shluky, úlohy jsou uspořádány dle nejvyšší úrovně

   UNTIL všechny hrany jsou vyzkoušené

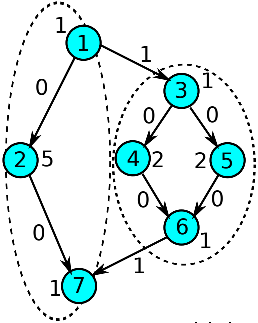
Komentář: *podobně jako existují různé metody plánování seznamem, tak existují různé varianty shlukování*

Shlukování: příklad

Problém:



Řešení pomocí algoritmu:



Postup:

seřazení hran, postupné zkoušení na vynulování a spojování shluků:

12 (vynulována, shluk 12), 34 (vynulována, shluk 34), 35 (vynulována, shluk 345), 27 (vynulována, shluk 127), 46 (vynulována, shluk 3456), 56 (vynulována), 13 (nevynulována, paralelní čas by z 10 pro dominantní cestu 1,3,4,5,6,7 vzrostl na 13 s dominantní cestou 1,2,3,4,5,6,7), 67 (nevynulována stejně jako 13)

Spojování shluků

Pokud je shluků méně než strojů

- každý shluk přiřadíme na jeden stroj
  (zbývající stroje zůstanou volné)

Pokud je shluků stejně jako strojů

- shluk = stroj

Pokud máme shluků více je nutné aplikovat spojování shluků

- lze využít problému plnění košů (bin packing problem)
  - plnění předmětů do košů tak, aby byly všechny koše rovnoměrně naplněny
  - 1 stroj = 1 koš
  - 1 shluk = 1 předmět dané velikosti
  - velikost shluku $S = \sum_{j \in S} p_j$
  - cíl: součet velikostí předmětů ve všech koších je přibližně stejný

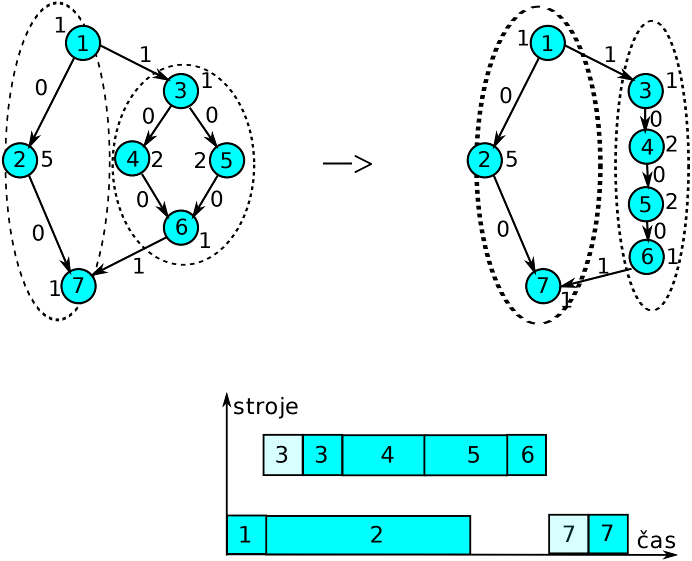
Shlukovací heuristiky: shrnutí

Plánování pomocí shlukovací heuristiky:

1. shlukování
2. spojování shluků, pokud je shluků více než strojů
3. fyzické mapování spojených shluků na stroje
   - obecně: přiřazení shluků na procesory tak, aby byla minimalizována komunikace
4. uspořádání úloh na každém stroji

   např. pomocí jednoduchého plánování seznamem
   - není nutno brát v úvahu $M(j)$, stroj už je předem vybrán
   - stačí uvažovat prioritu $P(j)$/úroveň a seřadit úlohy dle jejich úrovně
   - úlohy pak mohou být spuštěny na stroji, jakmile jsou dokončeni všichni jejich předchůdci

Uspořádání úloh na stroji: příklad



Shlukování: cvičení

Vyřešte cvičení z kapitoly plánování seznamem pomocí algoritmu shlukování. Následně uspořádejte úlohy na stroji (použijte stejný počet strojů jako máte shluků) a zkonstruujte výsledný rozvrh.

Je v řešení nějaký rozdíl?
(nápověda: *ano, u shlukovacích heuristik víme, na kterém stroji bude úloha zpracovávána předem, a proto je možné zahájit některé komunikace dříve, a tedy rozvrh skončí dříve*)