

# IB000 Úvod do informatiky — příklady na procvičení

## Sada 1 — Zadání

### Téma

Základní důkazové techniky. Přímý důkaz, důkaz obměnou, důkaz sporem. Protipříklad. Matematická indukce.

### Příklad 1.

Dokažte následující tvrzení. Používejte matematické zápisy.

- Součet dvou sudých čísel je sudé číslo.
- Součet dvou lichých čísel je sudé číslo.
- Je-li  $x^2$  sudé číslo, potom i  $x$  je sudé číslo. (Vizte větu 6 z přednášky.)

### Příklad 2.

Rozhodněte, zda platí následující tvrzení a jejich platnost dokažte nebo vyvráťte.

- Pro každé přirozené číslo  $n$  platí, že  $(n + 1)^3 + (n - 1)^3$  je dělitelné dvěma.
- Pro každé přirozené číslo  $n$  platí, že  $(n + 1)^3 + (n - 1)^3$  je dělitelné třemi.
- Každé přirozené číslo je dělitelné dvěma různými přirozenými čísly.

### Příklad 3.

Dokažte, že pro všechna přirozená čísla  $n$ ,  $0 \leq n$  platí:

$$\sum_{i=0}^n i^3 = \left( \sum_{i=0}^n i \right)^2$$

### Příklad 4.

Dokažte, že pro libovolné přirozené číslo  $n$ ,  $0 < n$  je  $\sum_{i=1}^n (2i - 1)$  druhou mocninou přirozeného čísla.

### Příklad 5.

Matematickou indukcí dokažte tvrzení (je to zobecněná trojúhelníková nerovnost):  
Pro všechna kladná přirozená čísla  $n$  platí

$$\left| \sum_{i=1}^n x_i \right| \leq \sum_{i=1}^n |x_i|$$

kde  $x_1, \dots, x_n$  jsou libovolná reálná čísla.