

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

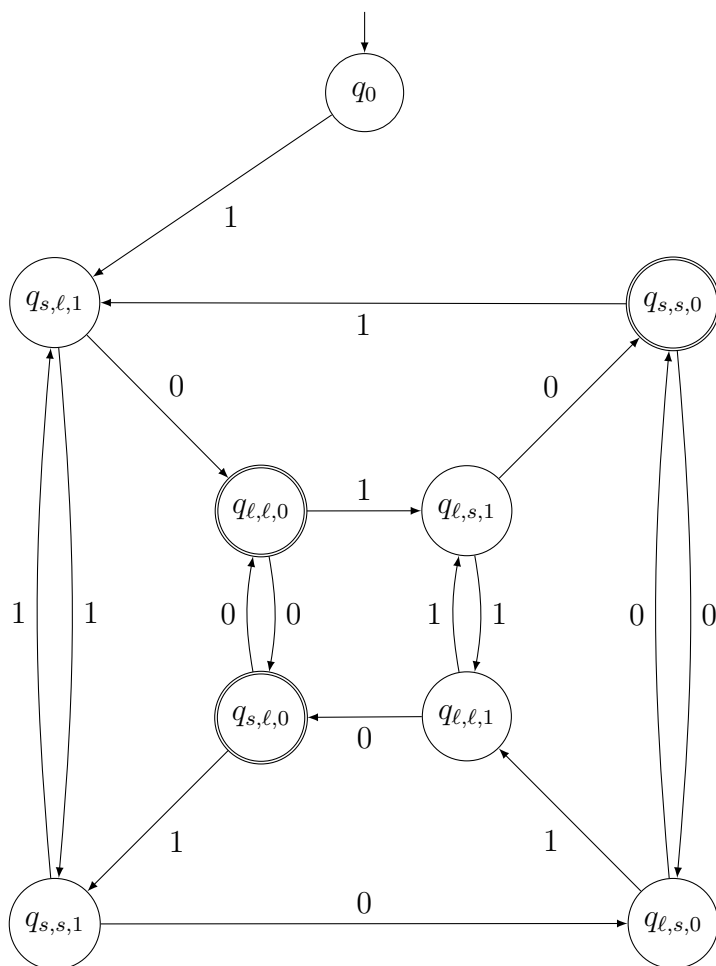
1. [2 body] Mějme následující jazyk:

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ je binární zápis sudého čísla a je-li } \#_1(w) \text{ sudý, pak je i } \#_0(w) \text{ sudý}\}$$

přičemž za binární zápis čísla považujeme pouze takový zápis, který neobsahuje zbytečné levostranné nuly, tj. 0110 pro nás není binární zápis čísla, zatímco 110 je.

Sestrojte deterministický konečný automat pro jazyk  $L$ .

*Řešení:* Deterministický konečný automat akceptující jazyk  $L$  může vypadat např. takto: Názvy stavů mají mnemotechnický význam, kromě  $q_0$  jsou vždy tvaru  $q_{x,y,z}$ , kde  $x$  označuje paritu (sudost či lichost) počtu znaků 0,  $y$  paritu počtu znaků 1 a  $z$  označuje naposled čtený symbol.



Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Mějme gramatiku  $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b, c\}, P, S)$ , kde

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aA \mid bS \mid cS \mid abB, \\ A \rightarrow abC \mid bA \mid cA, \\ B \rightarrow aC \mid bB \mid cB, \\ C \rightarrow aD \mid bC \mid cC \mid \varepsilon, \\ D \rightarrow aD \mid bD \mid cD \end{array} \right\}$$

Jaký jazyk generuje tato gramatika? Svou odpověď zdůvodněte.

*Řešení:*  $L(G)$  je jazyk všech slov nad abecedou  $\{a, b, c\}$ , která obsahují podslovo  $ab$  a zároveň obsahují právě dva symboly  $a$ , množinově se dá zapsat takto

$$L(G) = \{b, c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b, c\}^* \cdot \{ab\} \cdot \{b, c\}^* \cup \{b, c\}^* \cdot \{ab\} \cdot \{b, c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b, c\}^*$$

K tomuto řešení je možno dospět následující úvahou:

- Neterminál  $D$  je zbytečný, není z něj možno odvodit žádné slovo.
- Z neterminálu  $C$  je proto možné odvodit právě všechna slova ze symbolů  $b$  a  $c$ , tedy právě slova z  $\{b, c\}^*$ .
- Z neterminálu  $B$  je proto možné odvodit právě slova, která obsahují právě jeden symbol  $a$  a libovolný počet symbolů  $b$  a  $c$ , tedy právě slova z  $\{b, c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b, c\}^*$ .
- Podobně z neterminálu  $A$  je možné odvodit právě slova z  $\{b, c\}^* \cdot \{ab\} \cdot \{b, c\}^*$ .
- Z předchozích dvou bodů a pravidel pro  $S$  pak zřejmě vyplývá řešení.