

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

1. [2 body] Necht' $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \text{ je sudý} \Rightarrow \#_a(w) < \#_b(w)\}$. Rozhodněte, zda je jazyk L regulární a své tvrzení dokažte.

(K důkazu regularity jazyka stačí napsat příslušnou gramatiku nebo automat.)

Řešení: Jazyk L není regulární. To dokážeme použitím Pumping lemmatu.

- Mějme libovolné n , nadále pevné.
- Zvolíme si slovo $w \in L$ tak, že $|w| \geq n$:

$$w = b^{2n+1}a^{2n}$$

- Všechna možná rozdělení slova $w = xyz$, $|xy| \leq n$, $y \neq \varepsilon$ vypadají takto:

$$x = b^k \quad y = b^l \quad z = b^{2n+1-k-l}a^{2n} \quad (k \geq 0, l > 0, k + l \leq n)$$

- Zvolíme si $i = 0$. Potom platí:

$$xy^iz = b^k(b^l)^0b^{2n+1-k-l}a^{2n} = b^{2n+1-l}a^{2n}$$

Zřejmě $b^{2n+1-l}a^{2n} \notin L$, protože počet symbolů a v tomto slově je sudý a počet b je menší nebo roven počtu a , díky tomu že $l > 0$. Podle PL tedy L není regulární. \square

Vypracoval: James Bond

UČO: 007

Skupina: MI6

2. [2 body] Mějme gramatiku $G = (\{S, X, Y\}, \{a, b, c\}, P, S)$, kde

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow XY, \\ Y \rightarrow aYa \mid bYb \mid c, \\ Xab \rightarrow baX, \\ Xc \rightarrow \varepsilon \end{array} \right\}$$

Popište jazyk generovaný gramatikou G a určete, zda je tento jazyk regulární. Své tvrzení dokažte.

Řešení: Jazyk generovaný gramatikou G je $\{baba\}^*$. Tento jazyk je regulární, je pro něj např. možno sestavit následující konečný automat.

