

Příklady na cvičení ke 3. přednášce (Základní pojmy matematické statistiky, diagnostické grafy)

Příklad 1.: Odvoďte hustotu náhodného výběru z normálního rozložení $N(\mu, \sigma^2)$.

Příklad 2.: Necht' X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z rozložení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2 . Necht' $n \geq 2$.

a) Vypočítejte střední hodnotu a rozptyl výběrového průměru $M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$.

b) Vypočítejte střední hodnotu výběrového rozptylu $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - M)^2$.

Příklad 3.: Odvození střední hodnoty a rozptylu výběrové distribuční funkce
Necht' X_1, \dots, X_n je náhodný výběr z rozložení s distribuční funkcí $\Phi(x)$. Necht' $n \geq 2$.
Pro libovolné, ale pevně zvolené reálné x vypočítejte střední hodnotu a rozptyl výběrové

distribuční funkce $F_n(x) = \frac{1}{n} \text{card} \{X_i \leq x\}$.

Příklad 4.: Odvození střední hodnoty výběrové kovariance
Necht' $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ je náhodný výběr z dvourozměrného rozložení s vektorem středních hodnot (μ_1, μ_2) a kovariancí σ_{12} . Vypočítejte střední hodnotu výběrové kovariance

$$S_{12} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - M_1)(Y_i - M_2)$$

Příklad 5.: Jsou dány hodnoty 10, 12, 8, 9, 16. Považujeme je za realizace náhodného výběru z rozložení, které má střední hodnotu μ , rozptyl σ^2 a distribuční funkci $\Phi(x)$. Vypočítejte realizace výběrového průměru, výběrového rozptylu, výběrové směrodatné odchylky a sestrojte graf výběrové distribuční funkce.

Příklad 6.: Výpočet výběrového koeficientu korelace
Máme k dispozici výsledky testů ze dvou předmětů zjištěné u osmi náhodně vybraných studentů určitého oboru.

Číslo studenta	1	2	3	4	5	6	7	8
Počet bodů v 1. testu	80	50	36	58	42	60	56	68
Počet bodů ve 2. testu	65	60	35	39	48	44	48	61

Vypočítejte a interpretujte výběrový koeficient korelace. Pro usnadnění výpočtů máte k dispozici tyto součty:

$$\sum_{i=1}^8 x_i = 450, \sum_{i=1}^8 y_i = 400, \sum_{i=1}^8 x_i^2 = 26684, \sum_{i=1}^8 y_i^2 = 20836, \sum_{i=1}^8 x_i y_i = 23214$$