PŘÍKLAD 1

SADA 1

1

x_n ... množství peněz po n-tém roce

s ... vklad za 1 měsíc

IR ... úroková míra

~~n ... počet období~~

a) úročení na konci roku

$s = 500$ Kč

$IR = 3\%$

~~$n = 3$~~

$$x_1 = s\cdot 12 + \underbrace{500\cdot\left(1+\frac{11}{12}+\frac{10}{12}+\dots+\frac{1}{12}\right)\cdot IR}_{\text{úroky za aktuální rok (peníze se úročí pouze za poměrnou část roku, kterou na účtě byly)}}$$

$x_1 = 6000 + 97{,}5$

$x_1 = 6097{,}5$ Kč = peníze za 1. rok

pro x_{n+1} dostaneme rekurentní rovnici $(n>2)$

$$x_{n+1} = \underbrace{1+IR\,(x_n)}_{\text{zúročení předchozího zůstatku}} + \underbrace{12\cdot s}_{\text{vklad za akt. rok}} + \underbrace{IR\cdot 500\cdot\left(1+\frac{11}{12}+\dots+\frac{1}{12}\right)}_{\text{úroky z vkladů za akt. rok}} = 1{,}03(x_n) + x_1$$

pro x_n tedy

$$x_n = \underbrace{6097{,}5\sum_{i=0}^{n-2}(1+IR)^i}_{\text{následující roky}} + \underbrace{(1+IR)^{n-1}x_1}_{\text{první rok}}$$

$$x_3 = 6097{,}5\left(\frac{(1{,}03)^2-1}{0{,}03}\right) + (1{,}03)^2\cdot 6097{,}5$$

$$x_3 = 12377{,}925 + 6468{,}83775$$

$$X_3 = 18846{,}76275$$

po třech letech s úročením jednou za rok naspořím 18846,7 korun.

b) úročení na konci měsíce

$\cancel{IR_m = \frac{IR}{12}}$ $\qquad S_m = S = 500$ kč

$IR_m = \frac{IR}{12} = 0{,}25\%$

x_1 = peníze za 1. měsíc

$x_1 = S_m + S_m \cdot IR_m$

$x_1 = 500 + \cancel{500 \cdot 0{,}25} \; 1{,}25$

$x_1 = \underline{501{,}25 \text{ kč}}$

pro x_n je stejný vztah jako při úročení za rok, tj.

$$x_n = 501{,}25 \cdot \sum_{i}^{n-2} (1 + IR_m)^i + x_1 \cdot (1 + IR_n)^{n-1}$$

$$x_n = 501{,}25 \cdot \left(\frac{1{,}0025^{35} - 1}{0{,}0025}\right) + 501{,}25 (1{,}0025)^{35}$$

$$x_n = 18310{,}280 + 547{,}026$$

$$x_n \doteq \underline{\underline{18857{,}306 \text{ kč}}}$$

při úročení za 1 měsíc naspořím 18857,306 korun.

SADA 1

PŘÍKLAD 2

V rovině máme n kružnic; $n+1$ s nimi může mít $2n$ průsečíků, každé nové dva navíc ~~tvoří~~ dělí rovinu na 2 části

Dostáváme rekurentní vztah pro počet průsečíků pro $n \geq 1$

$$p(n+1) = p(n) + 2n$$

pro $n=0$ existuje jedna rovina (tj. rovina není rozdělena)

$$= p(n) = p(n-1) + 2(n-1)$$

$$p(n) = 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} i + p(1) = 2 \sum_{i=1}^{n-1} i + 2$$

$$p(n) = 2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 2$$

$p(n) = n^2 - n + 2$ = konečnému maximálnímu počtu rovin

SADA 1

PŘÍKLAD 3

Pro případ, kdy se rovnice rovná 100, si představme ~~si~~ posloupnost 100 bodů, mezi které musíme umístit 2 zarážky tak, aby vznikly 3 části. Celkem máme 99 možností (neuvažujeme 0, takže umisťovat můžeme pouze mezi tyto body), ~~do kterých~~ ze kterých vybíráme 2 zarážky, celkem tedy máme $\binom{99}{2}$ možností. * Ke splnění podmínky, že ~~celá~~ ~~malou~~ rovnice může být i menší než 100 použijeme 3. zarážku, která bude postupně výsledek rovnice snižovat. Tní už ovšem uvažujeme 100 možností, kam zarážku vložit, jedna zarážka nebude „mezi" body v případě, že se rovnice rovná 100.

Celkem je tedy $\binom{100}{3}$ možností $= \frac{100 \cdot 99 \cdot 98}{6} = \underline{\underline{161700}}$