

# MB101 – 9. demonstovaná cvičení

## Vlastní vektory a čísla

Masarykova univerzita  
Fakulta informatiky

16.11. 2010

# Plán přednášky

- 1 Domácí úlohy z minulého týdne
- 2 Návodné úlohy

**Příklad 1.** *Uvažme vektorový prostor mnohočlenů jedné neznámé stupně nejvýše 2 s reálnými koeficienty. V tomto prostoru uvažme bázi  $1, x, x^2$ . Napište matici zobrazení derivace v této bázi a také v bázi  $1 + x^2, x, x + x^2$ .*

**Příklad 1.** *Uvažme vektorový prostor mnohočlenů jedné neznámé stupně nejvýše 2 s reálnými koeficienty. V tomto prostoru uvažme bázi  $1, x, x^2$ . Napište matici zobrazení derivace v této bázi a také v bázi  $1 + x^2, x, x + x^2$ .*

**Řešení.** 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

**Příklad 1.** Uvažme vektorový prostor mnohočlenů jedné neznámé stupně nejvýše 2 s reálnými koeficienty. V tomto prostoru uvažme bázi  $1, x, x^2$ . Napište matici zobrazení derivace v této bázi a také v bázi  $1 + x^2, x, x + x^2$ .

**Řešení.**  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .

□

**Příklad 2.** Uvažte vektorový prostor posloupností, které vyhovují rekurentní rovnici  $x_n = x_{n-1} + x_{n-2}$ . Fibonacciho posloupnost  $F_n$  je jednou z těchto posloupností, která navíc splňuje počáteční podmínky  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ . V bázi dané posloupnostmi  $x_n = F_n$  a  $y_n = F_{n+1}$  vyjádřete souřadnice posloupnosti  $z_n = F_{n+6}$ .

**Příklad 2.** *Uvažte vektorový prostor posloupností, které vyhovují rekurentní rovnici  $x_n = x_{n-1} + x_{n-2}$ . Fibonacciho posloupnost  $F_n$  je jednou z těchto posloupností, která navíc splňuje počáteční podmínky  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ . V bázi dané posloupnostmi  $x_n = F_n$  a  $y_n = F_{n+1}$  vyjádřete souřadnice posloupnosti  $z_n = F_{n+6}$ .*

**Řešení.** (5, 8).

□

**Příklad 3.** *Uvažme komplexní čísla jako reálný vektorový prostor a za jeho bázi zvolme  $1$  a  $i$ . V této bázi určete matici následujících lineárních zobrazení:*

- a) *konjugace,*
- b) *násobení číslem  $(2 + i)$ .*

*Určete matici těchto zobrazení v bázi  $(1 - i), (1 + i)$ .*



**Příklad 3.** *Uvažme komplexní čísla jako reálný vektorový prostor a za jeho bázi zvolme  $1$  a  $i$ . V této bázi určete matici následujících lineárních zobrazení:*

- a) *konjugace,*
- b) *násobení číslem  $(2 + i)$ .*

*Určete matici těchto zobrazení v bázi  $(1 - i), (1 + i)$ .*

**Řešení.**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$

**Příklad 3.** *Uvažme komplexní čísla jako reálný vektorový prostor a za jeho bázi zvolme  $1$  a  $i$ . V této bázi určete matici následujících lineárních zobrazení:*

- a) *konjugace,*
- b) *násobení číslem  $(2 + i)$ .*

*Určete matici těchto zobrazení v bázi  $(1 - i), (1 + i)$ .*

**Řešení.**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$

**Příklad 3.** *Uvažme komplexní čísla jako reálný vektorový prostor a za jeho bázi zvolme  $1$  a  $i$ . V této bázi určete matici následujících lineárních zobrazení:*

- a) *konjugace,*
- b) *násobení číslem  $(2 + i)$ .*

*Určete matici těchto zobrazení v bázi  $(1 - i), (1 + i)$ .*

**Řešení.**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

**Příklad 3.** *Uvažme komplexní čísla jako reálný vektorový prostor a za jeho bázi zvolme  $1$  a  $i$ . V této bázi určete matici následujících lineárních zobrazení:*

- a) *konjugace,*
- b) *násobení číslem  $(2 + i)$ .*

*Určete matici těchto zobrazení v bázi  $(1 - i), (1 + i)$ .*

**Řešení.**  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

□

# Plán přednášky

1 Domácí úlohy z minulého týdne

2 Návodné úlohy

Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} & \frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} \end{pmatrix}$$

Určete vlastní čísla a vlastní vektory matice

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{7}{2} \\ 0 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{7}{2} \end{pmatrix}$$



Určete matici projekce podle osy  $t(2, 1, 1)$  do roviny generované vektory  $(1, 0, 1), (-1, 1, 0)$