

## Matematika III, 12. cvičení

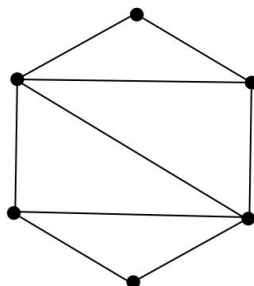
### Pojmy k zopakování

- Rovinný graf, Kuratowského věta
- Eulerův vztah, Platónská tělesa, duální graf
- Tok v síti, maximální tok v síti
- Maximální párování v bipartitním grafu

**Příklad 247.** *Rozhodněte, zda je graf daný maticí sousednosti  $A$  rovinný*

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Příklad 248.** *Určete, kolik nejvýše hran můžeme přidat do následujícího grafu, aby zůstal rovinný.*

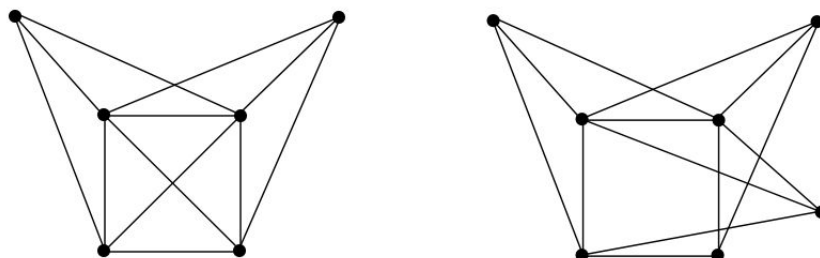


*Výsledek.* 3

**Příklad 249.** *Rozhodněte, jestli graf se skórem  $(2, 3, 3, 3, 3, 4, 4)$  je rovinný.*

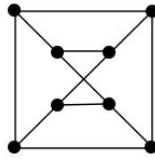
*Výsledek.* Ano

**Příklad 250.** *Rozhodněte, zda jsou uvedené grafy rovinné*



*Výsledek.* Ano,ne.

**Příklad 251.** *Rozhodněte, zda je uvedený graf rovinný*



Výsledek. Ne

**Příklad 252.** Dokažte, že každý podgraf rovinného grafu je rovinný.

**Příklad 253.** Nechť  $d(G)$  značí duální graf ke grafu  $G$ . Dokažte, že  $d(d(G)) = G$ .

**Příklad 254.** Pomocí Eulerova vztahu dokažte, že je právě pět platónských těles.

**Příklad 255.** Určete všechny úplné tripartitní grafy, které jsou rovinné.

Výsledek.  $K_{1,1,n}, K_{1,2,2}$

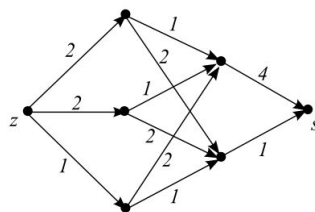
**Příklad 256.** Uveďte příklad

1. Rovinného grafu, který není hamiltonovský.
2. Rovinného grafu, který je hamiltonovský.
3. Grafu, který není rovinný, ale je hamiltonovský.
4. Grafu, který není rovinný ani hamiltonovský.
5. Rovinného grafu, který není eulerovský.
6. Rovinného grafu, který je eulerovský.
7. Grafu, který není rovinný, ale je eulerovský.
8. Grafu, který není rovinný ani eulerovský.

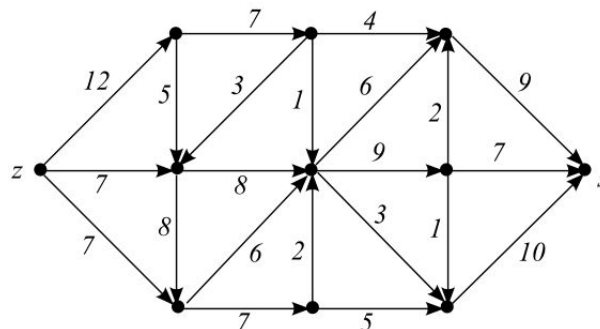
**Příklad 257.** Dokažte, že Petersenův graf není rovinný.

**Příklad 258.** Uveďte příklad rovinného grafu na osmi vrcholech, jehož komplement je také rovinný.

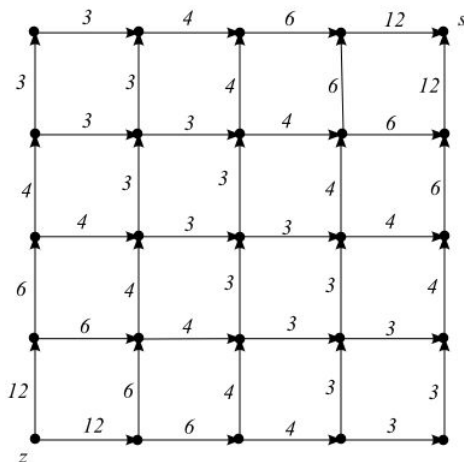
**Příklad 259.** Určete velikost maximálního toku ze zdroje  $z$  do stoku  $s$ .



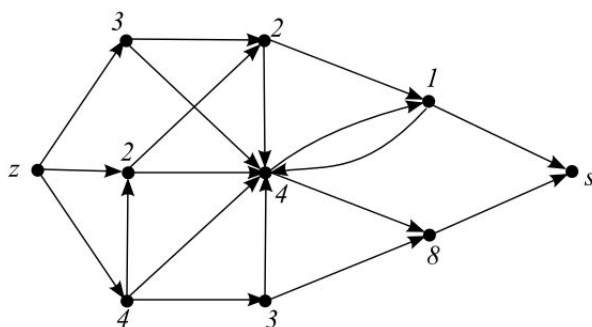
**Příklad 260.** Určete velikost maximálního toku ze zdroje  $z$  do stoku  $s$ .



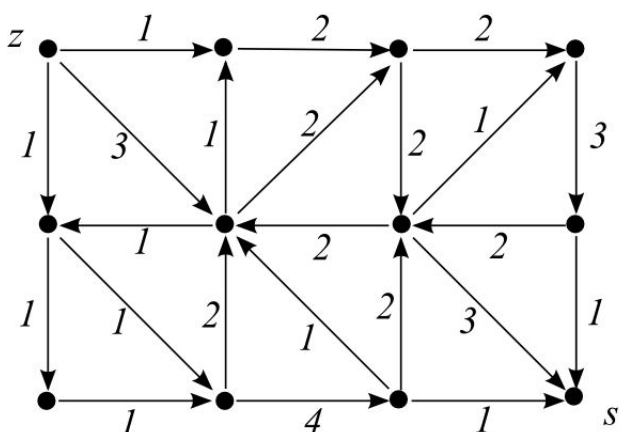
**Příklad 261.** Určete velikost maximálního toku ze zdroje  $z$  do stoku  $s$ .



**Příklad 262.** Určete velikost maximálního toku ze zdroje  $z$  do stoku  $s$ , jsou-li dány kapacity jednotlivých vrcholů.

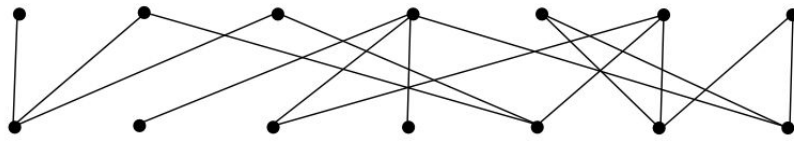


**Příklad 263.** Doplňte již existující tok ze zdroje  $z$  do stoku  $s$  na maximální, je-li kapacita každé hrany 10.

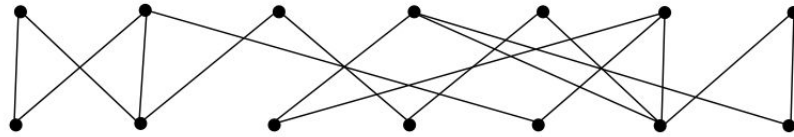


**Příklad 264.** Nalezněte co nejjednodušší příklad, na kterém je vidět, proč je třeba hledat vylepšující cesty používající hrany v protisměru ve Ford-Fulkersonově algoritmu.

**Příklad 265.** Nalezněte maximální párování v následujícím bipartitním grafu



**Příklad 266.** *Nalezněte maximální párování v následujícím bipartitním grafu*



**Příklad 267.** *Nalezněte maximální párování v následujícím bipartitním grafu*

