Příklad 61. *Každé z následujících tvrzení dokažte nebo ukažte vhodný protipříklad.*

Kuratowski K_5 $K_{3,3}$

ANO (a) *Každý graf s méně než 9 hranami je rovinný.*

NE (b) *Graf, který není rovinný, není hamiltonovský.* $K_5, K_{3,3}$

NE (c) *Graf, který není rovinný, je hamiltonovský.*

NE (d) *Graf, který není rovinný, není eulerovský.* K_5

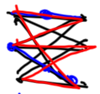
NE (e) *Graf, který není rovinný, je eulerovský.* $K_{3,3}$

NE (f) *Každý hamiltonovský graf je rovinný.* viz b)

NE (g) *Žádný hamiltonovský graf není rovinný.*

NE (h) *Každý eulerovský graf je rovinný.* K_5 (viz d))

NE (i) *Žádný eulerovský graf není rovinný.*



rovinný $\Rightarrow$ $|E| \leq 3 \cdot |V| - 6$

(bez Δ: $|E| \leq 2|V| - 4$)

$A \Rightarrow B$

$\neg B \Rightarrow \neg A$

c)  není rovinný ani ham.

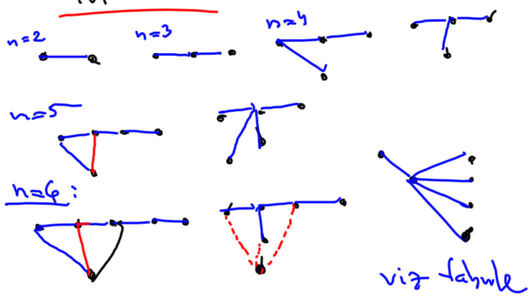
11 25-16:58

Příklad 62. *Určete všechny (neizomorfní) stromy*

1. *na čtyřech vrcholech.*
2. *na šesti vrcholech.*

stromy: souvislý les (tj. bez kružnic)

$|V| = |E| + 1$

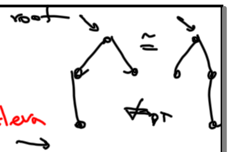


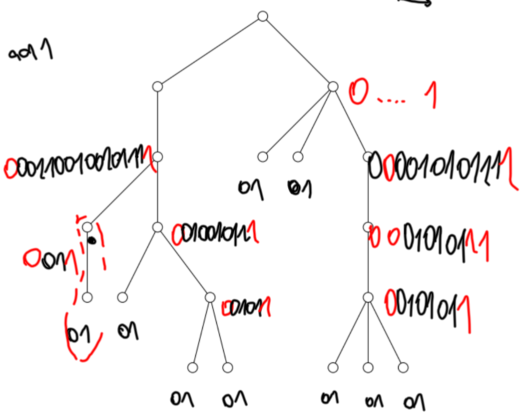
viz tabule

11 25-16:58

Příklad 63. *Určete kód grafu na obrázku jako*

1. *pěstěného stromu,*
2. *stromu*

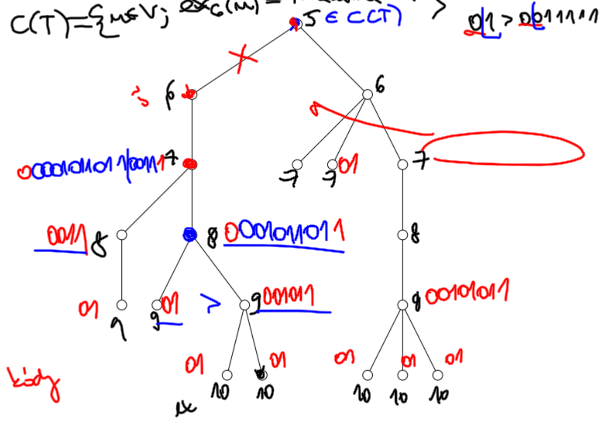




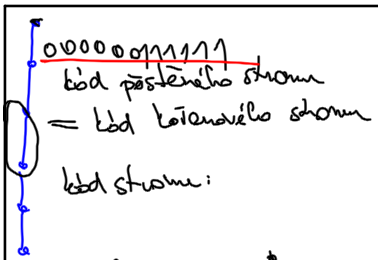
11 25-16:58

C(T) ... střed stromu

$C(T) = \{ u \in V;\ exc(u) = \text{minimální} \}$



11 25-17:44



0000001111111

kód pěstěného stromu

= kód kořenového stromu

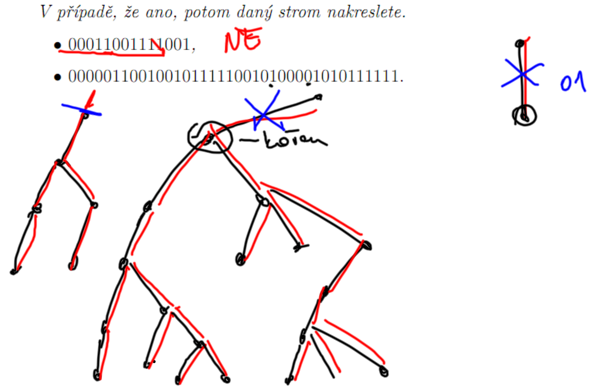
kód stromu:

0 0 01011 001011 1

11 25-17:53

Příklad 64. *Rozhodněte, zda existují stromy s následujícími kódy. V případě, že ano, potom daný strom nakreslete.*

- 0001100111001, NE
- 0000011001001011111001010001010111111.



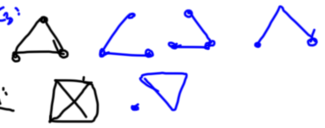
11 25-16:59

Příklad 65. *Určete počet koster*

1. K_4, K_5
2. C_{2010},
3. *vějíře* V_n, *kde vějířem* v_n *řádu* n *nazveme graf na* $n+1$ *vrcholech* $0, 1, \dots, n$, *který má následujících* $2n-1$ *hran: vrchol* 0 *je spojen hranou s každým ze zbylách vrcholů a každý vrchol* k *je spojen hranou s vrcholem* $k+1$ *(pro* $1 \le k < n$*);*
4. *žebříku* $\check{Z}_n$ *(tvořeného dvěma cestami délky* n *a příslušnými dvojicemi vrcholů spojenými hranou).*

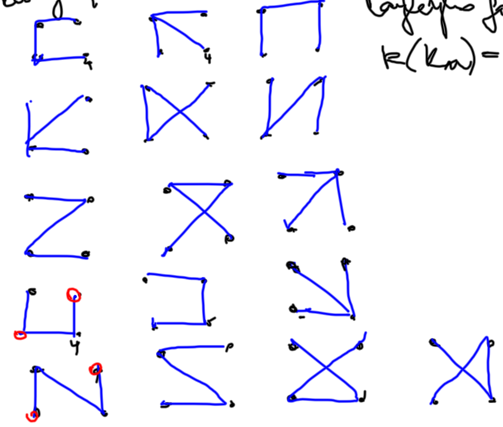
ad 1. K_3:

K_4:



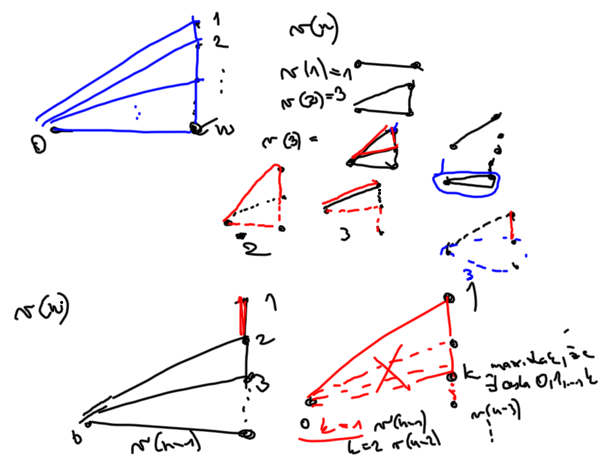
11 25-16:59

kostry K_4:



Cayleyho formule
$k(K_n) = n^{n-2}$

11 25-18:04



11 25-18:17

$$v(n) = v(n-1) + v(n-1) + v(n-2) + v(n-3) + \dots + v(1) + 1$$

$v(1)=1$
$v(2)=3$
$v(3) = v(2)+v(2)+v(1)+1 = 8$
$v(4) = v(3)+v(3)+v(2)+v(1)+1 = 21$

rekurence ⇒ uzavřený tvar pomocí vytvořujících funkcí

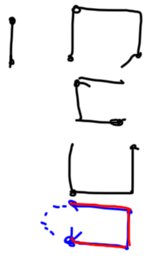
11 25-18:31

koster na žebříku

$z(n) = 3z(n-1) + u(n-1)$

u ... # takových koster na $\check{Z}(n-1)$ kde 2 nejpravější vrcholy jsou v různých komponentách
[ta má $2n-4$ hran]

$u(n) = 2z(n-1) + u(n-1)$



11 25-18:36

Příklad 66. *Určete počet (homo)morfismů grafů*

(a) P_2 *do* K_4,
(b) P_3 *do* K_7,
(c) K_4 *do* K_7.

11 25-16:59

Příklad 67. ***Huffmanovo kódování*** *Pracujeme s pěstěnými binárními stromy, kde máme navíc každou hranu obarvenou některým symbolem z dané výstupní abecedy A (často $A = \{0, 1\}$). Kódovými slovy C jsou slova nad abecedou A, na která převádíme symboly vstupní abecedy. Našim úkolem je reprezentovat daný text pomocí vhodných kódových slov nad výstupní abecedou.*

Nalezněte Huffmanův kód pro vstupní abecedu s frekvencemi `['A':16, 'B':13, 'C':9, 'D':12, 'E':45, 'F':5]`.

11 25-17:00