

PB165 – Grafy a sítě

10. Plánování v telekomunikačních sítích

- Optimalizace
 - Lokální prohledávání
 - Evoluční prohledávání
- Stručný náhled na plánování mobilních sítí
 - Topologie pevné sítě
 - Alokace kanálů
 - Umístění základnových stanic
- Shrnutí

- Soustředíme se na *optimalizaci*
- Zpravidla kombinatorické problémy
 - Nejvhodnější topologie privátní datové sítě
 - Rozložení základnových stanic pro GSM sítě
 - Rozdělení frekvencí u bezdrátových sítí
 - Nejlepší topologie „poslední míle“
- Co mají společné
 - Diskrétní kombinatorické problémy
 - Patří mezi NP-těžké úlohy
 - Používáme *heuristická řešení*

- Přibližná řešení NP-těžkých problémů
- Prohledávání
 - Lokální prohledávání a jeho varianty
 - Evoluční prohledávání
- Standardní techniky
 - Lineární programování
 - Dynamické programování atd.
- Proč heuristiky
 - Použití snazší (intuitivnější)
 - Větší šance najít alespoň nějaké řešení

- Není možné rozhodnout, které techniky jsou lepší
- Empirické pozorování (Corne et al. Telecommunications Optimization., John Wiley, 2000):
 - Expertovi na heuristiky vychází lépe řešení pomocí heuristik
 - Expertovi na standardní techniky operačního výzkumu vychází lépe tyto techniky
- Závěr: Nejlepší je použít techniku, které dobře rozumíte
 - A tady je výhoda heuristik, protože jsou snáze pochopitelné

- Řešíme problém, pro který existuje mnoho řešení
- Jednotlivá řešení neznáme, ale umíme je generovat
- Hledáme řešení splňující nějaké podmínky
 - Triviální (brute force) přístup: vygenerujeme všechna řešení a vybereme to „správné“
 - Velikost prostoru toto řešení neumožňuje
- Optimalizace
 - Hledáme řešení, které minimalizuje *cenu* (*cost function*)
- Lokální prohledávání: Začne s nějakým řešením a to „zlepšuje“ prohledáváním jeho okolí
 - Potřebuje definovat to „okolí“
 - Malá změna stavu
 - Přidání či ubrání vrcholu nebo hrany
 - Posun hrany
 - Příslušnou operaci nazýváme *mutace*

- 1 Nalezni nějaké (počáteční) řešení c a spočti jeho cenu $f(c)$
- 2 Proveď mutaci $c \rightarrow c'$ a spočti cenu $f(c')$
- 3 Pokud $f(c') \leq f(c)$, nahraď řešení c řešením c'
- 4 Je-li splněno kritérium ukončení, skonči, jinak se vrať na bod 2

V podstatě se jedná o slézání z kopce

- V literatuře se často setkáte s pojmem *hillclimbing*, tedy „stoupání do kopce“. V takovém případě se snažíme $f(c)$ maximalizovat.

Důležitý je výběr počátečního řešení

- Nelze očekávat, že ze špatného řešení se rychle najde dobré

- Lokální prohledávání může „uváznout“
 - Nalezeno *lokální minimum*
 - Z něj se nelze dostat bez porušení pravidla striktního ne-zhoršování ceny
- Dva často používané přístupy
 - Simulované žíhání: s určitou pravděpodobností akceptujeme i horší řešení
 - Tabu prohledávání: Zohledňuje typ mutace, ne jen cenu

Simulované žíhání (Simulated Annealing)

- Zavádí teplotu T
 - Při vyšší teplotě je materiál „tvárný“
 - Vyšší teplota – vyšší pravděpodobnost akceptace horšího řešení
- Spočte funkci $F(f(c), f(c'), T)$, např. $e^{(f(c)-f(c'))/T}$
($F > 1$ pro $f(c') < f(c)$)
- Vygeneruje náhodné číslo $r \in (0, 1)$
- Pokud $F > r$, pak konfigurace c' je akceptována
- Dodatečný „trik“: teplota klesá s počtem iterací

- 1 Nalezni nějaké (počáteční) řešení c a spočti jeho cenu $f(c)$; nastav teplotu T a parametr chlazení q ($0 < q < 1$)
- 2 Proveď mutaci $c \rightarrow c'$ a spočti cenu $f(c')$
- 3 Pokud $\text{test}(f(c'), f(c), T)$ platí, nahraď řešení c řešením c' (test je funkce popsaná výše)
- 4 Uprav teplotu $T = qT$
- 5 Je-li splněno kritérium ukončení, skonči, jinak se vrať na bod 2

Na počátku vyhledávání se akceptují i výrazně horší řešení

- Pamatuje si předchozí změny
- Zavádí *tabu* (tedy zakázané) změny
 - Např. vrchol, jehož hrany se změnily v posledních krocích, nesmí být už měněn
- Vybere nejlepší z povolených změn
 - Což nemusí být absolutně nejlepší konfigurace
- Podstatný výběr kritérií, podle nichž se zařazuje do zakázaných (*tabu*) seznamů
 - Otázka zkušenosti uživatele této heuristiky

- Důležitá reprezentace a operátor mutace
 - Topologie sítě jako seznam dvoubodových spojení, alternativně jako bitový seznam existujících vs. možných spojení atd.
- Aplikace dodatečné znalosti
 - Např. v počítačové síti nechceme izolované vrcholy
 - Vyloučíme je tedy vždy z uvažování (mutace vedoucí k rozpadu sítě neakceptujeme)
 - Redundance – akceptujeme jen uzly se stupněm alespoň 2
 - Složitější – např. požadavek existence kostry (garantuje spojitost a může být použito přímo při aplikaci operátoru mutace)
 - Znalost *ceny* (resp. funkce jejího výpočtu) může rovněž přímo ovlivňovat operátor mutace
 - Aplikace algoritmů na nalezení kostry s minimální cenou a následně již jen přidáváme hrany k této kostře (i odpovídající reprezentace)

- Při hledání nové „mutace“ nepoužíváme jen jednoho předka, ale celou populaci
 - Prohledáváme paralelně několik okolí
 - Provádíme *rekombinaci*
- Rekombinace
 - Dva nebo více „rodičů“
 - Vhodnou operací se spojí jejich vlastnosti (např. každá část sítě je od jiného „rodiče“)
 - Výsledek se nazývá *rekombinant* (na rozdíl od mutanta)
 - Cílem rekombinace je opět překonat lokální optimum – rekombinace vybere vzdálenou konfiguraci, která dědí pro dvou „dobrých rodičích“
- *Crossover*
 - Máme stav popsán lineárním vektorem
 - Výsledná konfigurace náhodný výběr hodnot z „rodičovských“ konfigurací (vektorů)
 - Rekombinant („dítě“) se může i o 50 % lišit od kteréhokoliv „rodiče“

- 1 Inicializuj populaci vhodně zvolenými konfiguracemi.
Spočti cenu každé konfigurace.
 - 2 Vyber rodiče (několik párů, resp. n -tic)
 - 3 Použij rekombinaci a mutaci a vytvoř „děti“
 - 4 Začleň „děti“ do populace
 - 5 Pokud je dosaženo kritéria ukončení, skonči, jinak přejdi na bod 2
- Algoritmus má velmi mnoho stupňů volnosti
 - Výběr rodičů je zpravidla dán jejich cenou (nicméně je vhodný i určitý náhodný prvek)
 - Je možné se omezit jen na rekombinace nebo rekombinace a mutace; mutují se „rodiče“, jen zřídka „děti“
 - Začlenění „děti“ do populace
 - Udržení „genové“ diversity

- Návrh topologie pevné sítě
- Přiřazení kanálů (frekvencí)
- Umístění základnových stanic
- Správa mobility
- Správa volání
- Detekce uživatelů v CDMA sítích
- TDMA alokace slotů
- Ekvalizace dat

Jen některé mají charakter grafových problémů

- Hierarchie prvků mobilní sítě
 - *Mobilní stanice* (MS) komunikují bezdrátově se *základnovými stanicemi* (BTS). Ty jsou kontrolovány *řídícími stanicemi* (BSC), které jsou sdruženy pod *přepínací stanicemi* (MSC). Samotné přepínací stanice pak tvoří páteř mobilní sítě, protože odpovídají autentizaci, účetnictví, údržbu databází apod.
- Vidíme, že většina sítě je fixní (bezdrátové spojení je nezbytné jen pro kontakt MS s BTS)
- Návrh topologie s minimální cenou souvisí s nalezením minimální kostry
 - Příklad ceny:

$$f = \sum_{\forall n} C_n^{\text{NODE}} + \sum_{\forall p} C_p^{\text{POI}} + \sum_{\forall l \in L^{\text{BTS} \rightarrow \text{BSC}}, L^{\text{BSC} \rightarrow \text{MSC}}, L^{\text{MSC} \rightarrow \text{MSC}}} C_l^{\text{LINK}}$$

s okrajovými podmínkami $F_l \leq C_l, \forall l, \theta \leq 0.001$ kde C_n^{NODE} je cena vrcholů typu n , C_p^{POI} je cena přípojného místa do veřejné sítě (Point of Interconnect), C_l^{LINK} je cena spoje l typu $L^{\text{BTS} \rightarrow \text{BSC}}, L^{\text{BSC} \rightarrow \text{MSC}}, L^{\text{MSC} \rightarrow \text{MSC}}$ a F_l, C_l reprezentují tok a kapacitu spoje l a θ je pravděpodobnost nepřijetí volání.

- K dispozici je pouze velmi omezený počet kanálů/frekvencí
- Základní idea mobilní sítě: znovupoužití frekvencí v geograficky oddělených částech sítě
 - *Buňka* – část sítě s množinou přidělených frekvencí
 - Celé spektrum je přiděleno *clusteru* buněk
 - Buňky zpravidla hexagonální (pokrytí plochy)
 - Geometrie omezuje počet buněk v clusteru

$$N = i^2 + ij + j^2$$

kde i a j jsou celá čísla (N je tedy 1, 3, 4, 7, ...)

- Problémem je interference

- Podmínky alokace
 - 1 Interference frekvencí mezi buňkami (buňky se stejným kanálem)
 - 2 Interference frekvencí na buňce (minimální spektrální vzdálenost kanálů)
 - 3 Požadavky buňky na počet kanálů
- Problém přidělení kanálů je ekvivalentní zobecněnému problému barvení grafů
- Podvarianty: *pevné* a *dynamické* přidělení kanálů

- Pokrytí terénu signálem při minimalizaci počtu základnových stanic
- Problém velmi podobný nalezení minimální dominující množiny grafu

Definice

- *Dominující množina grafu je taková množina jeho vrcholů, že všechny ostatní vrcholy jsou spojeny s alespoň jedním vrcholem dominující množiny*

- Mnoho problémů návrhu sítě má charakter optimalizace grafově vyjádřeného problému
- Optimalizace je zpravidla NP-těžký problém, řešený heuristicky
- Populární heuristiky využívají *lokální* nebo *evoluční prohledávání*
 - Negarantují nalezení globálního optima
 - Na druhé straně mohou poskytnout cenné informace o stavovém prostoru možných řešení
 - A nalezená řešení zpravidla akceptovatelná
- Příklady problémů plánování mobilní sítě jako optimalizace grafově orientovaných problémů

- Grafy velmi důležitou diskretní konstrukcí matematiky i informatiky
- Řada reálných problémů převeditelná na grafové problémy
 - Dobrá znalost alespoň základů teorie grafů pomůže
 - Znalost grafových algoritmů resp. problémů může pomoci při odhadu náročnosti řešení konkrétního praktického problému
 - Mapování na grafový problém může najít optimální řešení
- Plánování jako grafový problém
- Velmi významné optimalizace